提案　数の再発見　か　個数を数えて 数直線へ

未開社会は文明社会になって、
いや、自然中心社会は人工社会になって、

同じ形
同じ大きさ

の物を作り、
個数を数えるようになって

等倍概念発達の道に入りました。

そして正確な**等分**概念にもたどり着きます。

さらに

くっつけて並べて数え、
数直線という
偉大なる発明へと進んだのです。

人工社会は、

同じ大きさ

を数える段階へと進んだとき、

1		1		1		1		
●	＝	●	＝	●	＝	●	………

どれもが同じ１であることに気付きました。
同じ大きさだから、この段階で
どこを数えても**２個は２個**　となりました。

古代ギリシアの数観でも、
足し算ができます。
また、
足し算の代わりとしての
掛け算が可能です。

しかし、この掛け算は
数そのものの**倍感覚**ではありません。

「足し算の代わりとしての倍、
　論理の積み重ねの倍」ではなく、
直感的な感覚で倍感覚を
獲得しなければなりません。

詳しくはあの所で述べました。
それを踏まえながらの
かの数直線への道です。

ステップ カ 順向き

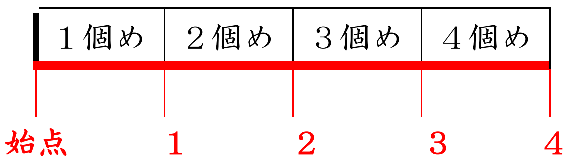
エジプトやメソポタミアは
レンガを焼きました。

レンガ状のものを

と、**くっつけて**並べて数えていくと、

始点からの個数が

距離として認識され、



のような赤い**数直線**が生まれます。

このようにして、

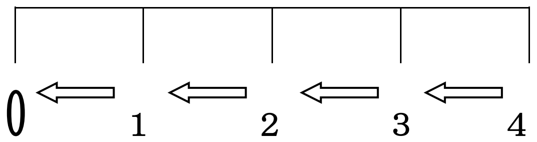
位置としての数が生まれた、
と想像しても許されるでしょう

この考えは、
現代の子供にすんなりと受け入れられます。

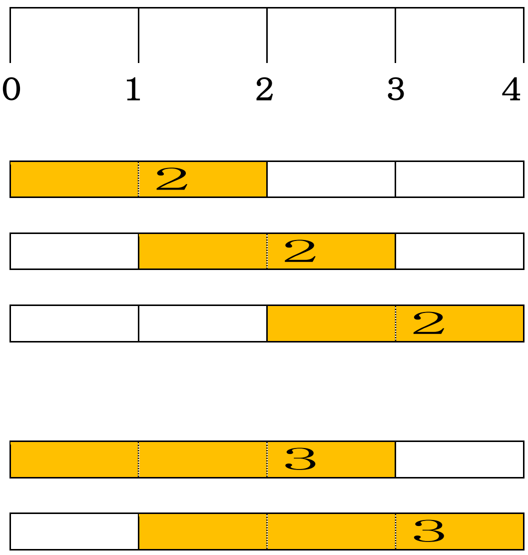
そうすれば、
始まりとして、

始点をどう表すかが考慮され
インドで**発明**されたように、

０ に到達するのも自然に見えてきます。



大きさとしての**数**。

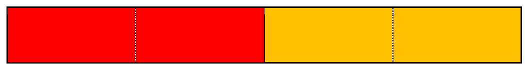


どれもが同じ大きさの
２であったり、３であったりすること
が認められるようになります。

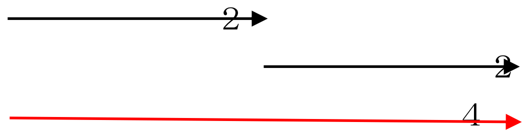
これは、
粒々のような個数を数える時にも
似たようなことは起こります。
しかし、
上記の図ほど明確には
大きさをあらわしません。

また、
次の**方向性のある大きさ**は
数直線に特有である
と言えましょう。

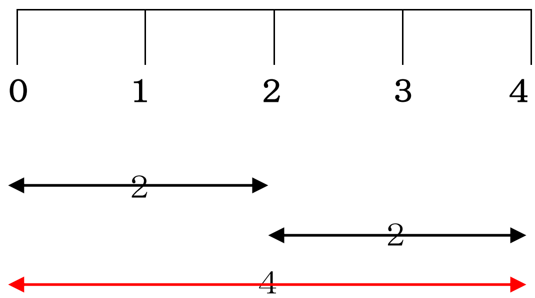
$\boxed{2 + 2 = 4}$ は
どのようなイメージでしょうか。



でしょうか。



でしょうか。



でしょうか。

色々に考えられるのですね。
数は、いろんな意味がある、
あるいは生まれてくる
と考えられます。

上のどの場合も 2+2 ＝ 4
と表されます。

数は、
出来方の元を探ると、すでに
色々な意味があるのですが
形式的には
2+2＝4
という一つの型におさまります。

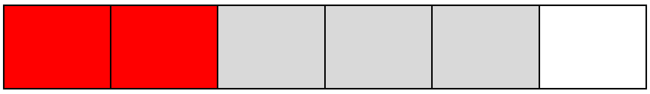
それゆえ、
「数学は形式だ」
とも言われるのですが、
数学は知らず、
算数の理解のためには
元に戻って
数の出来方を考え、
色々な意味がある
と見ることが大切だと思います。

数学者は知らず、
児童にとっては必須です。

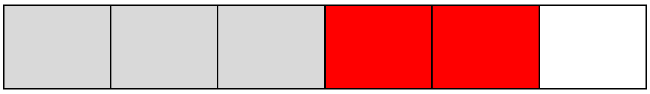
足すことの順序は交換可能です

下の図から明らかなように、

+2　+3



＝+3　+2



数学は、『図から明らか』
と言うのを超えて、
言葉で説明しようとする傾向があります。

幼児に、児童に、算数を教える時、
「図から明らか」を
自信をもって使いましょう。

ステップ キ　逆向き　方向性を有する数。

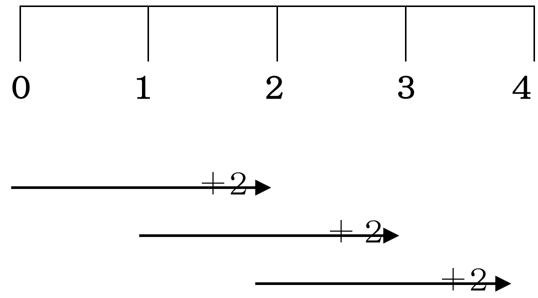
右と**左**のような

逆向きという概念は

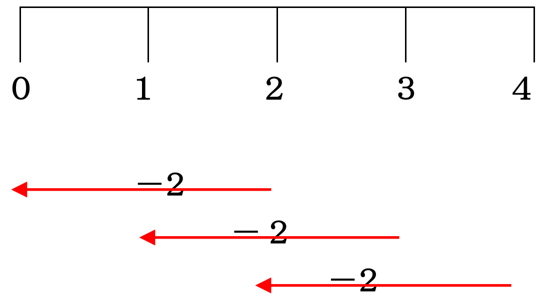
分かり易く、かつ

生産的です。

はじめは勿論、ステップカのように、
足す数としての**右向きの数**が
うまれたのでしょう。



ついで、
引く数としての**左向きの数**
が生まれます。



先ず
位置としてのゼロが考え出されましたが、
その後、
レンガを一つずつ取り去っていった時、
何も無くなった状態について
ゼロ！と認識もするでしょう。
位置としての**ゼロ**と
なにも無い大きさとしての**ゼロ**が
不思議にすんなりと**腑に落ちます**。

引くことの順序は交換可能です

大人には、

10 −1 −2 と

10 −2 −1 が一致することの

説明に図も類例も必要ないですね。

しかし、
幼児は必ずしも承知するとは言えません。
朝三暮四の例もあります。

子どもたちにはいろいろ必要です。

10−1（ひく）の「−」は

10と１を結びつけているのでなく、
「後ろの１にくっついて働く記号」と考え、
「−（ひく）1」をセットに考えます。
同じように「−（ひく）2」をセットとし、
「-1」と「-2」の順序は交換しても、
同じ結果になることを確認させて
順序交換可能であることを説得します。

負の数も
子どもに何と呼ばせるかは別にして
ごく簡単に
その存在を**予告**することが出来ます。

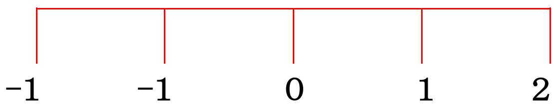
引き算で、いや引き算が無くとも、

右方向の数、

左方向の数などと考え、

逆向きの数

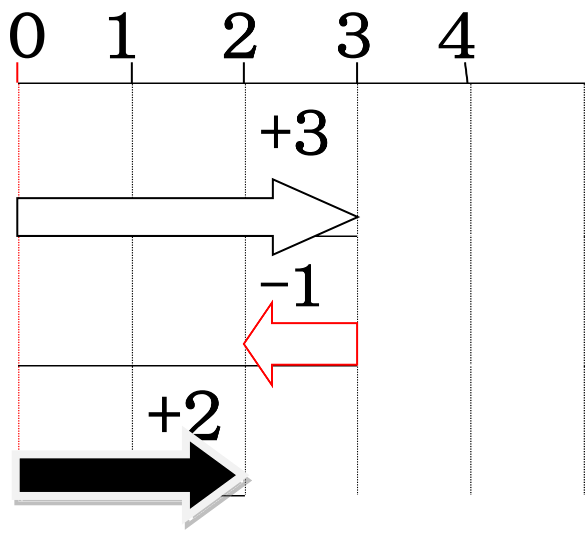
負の数の発見にもつながります。



ベクトル風の

$$\overset{\Rightarrow}{3}\quad\overset{\leftarrow}{1} = \overset{\Rightarrow}{2}$$

の加減も可能ですね。



いや、ちょっと先走りし過ぎたようです。

ステップ ク

順＆逆の混合

加法の交換法則とは。

小学校では、一般的に

足し算は
符号＋の**前後の数字**は**交換**できるが、
引き算は、
符号－の前後の数字は交換できない

と理解されています。

しかし、中学では、

3－2＝－2＋3 です。

それゆえ、ここで次のように
提案したい。

たす　ひく
＋ ２ － ３ の場合、

＋や－は、
符号の前後の数を結び付けるものでなく、
＋は、**後ろの２**と結び付き、
－も、**後ろの３**と結び付く、

とします。

そして、

足し算を**足すこと**と呼び
引き算を**引くこと**と呼び、

「その**順序は交換**できる」とするのです。

例えば、

13 ＋2 －3 は

「13 に、2 を足し、3 を引く」と
読むことにします。

そして
「2 を足すこと」と「3 を引くこと」
の順を交換し、

13 －3 ＋2

とすることができる、とするのです。
別に何の問題もありませんね。

そこで、

$\boxed{3 - 2}$ は、

3の前に＋が有ると見、

$\boxed{+3 -2}$ 、

さらに0を補って、

$\boxed{0}\ \boxed{+3}\ \boxed{-2}$

$=\boxed{0}\ \boxed{-2}\ \boxed{+3}$

先の $\boxed{3-2=-2+3}$ は
上のことから明らかになります。

用語として、
「**加法の交換法則**」と言わず、

加減は**順序交換可能**

と呼ぶのはどうでしょうか。
算数の得意な子どもは勝手にやっていますが、

加法の交換法則という名称が、
中学１年生の**負の数の学習**を困らせている例を多々見ます。

まとめると、

	基本	順序交換可能
足し算の順	●＋2	0＋2＋6 ＝0＋6＋2
足し算の**逆** の**引き算**	●－2	●－2－6 ＝●－6－2
足し算・ 引き算の**混合**	●＋6－2	●＋6－2 ＝●－2＋6

ステップ ケ

順＆逆の複合

（複合）

もちろん、
６を足して、
さらに２を足すとき
６と２を足した８を足しても
同じことです。

$$\begin{aligned}&0\ +6\ +2\\=&0\ +(6+2)\end{aligned}$$

６を足して、
次に２を引くとき
６から２を引いた４を足しても
同じことです。

$$\begin{aligned}&0\ +6\ -2\\=&0\ +(6-2)\end{aligned}$$

６を引いて、
さらに２を引くとき
６と２を足した８を引いても
同じことです。

$$\begin{aligned}&=\bullet\ -6\ -2\\&=\bullet\ -(6+2)\end{aligned}$$

ここまでは、
子どももすんなりと納得します。
しかし、
次は、いくつかの経験を必要とします。

６を引いて、次に２を足すとき
６から２を引いた４を引いても
同じことです。

$$\begin{aligned}&=\bullet\ -6\ +2\\&=\bullet\ -(6-2)\end{aligned}$$

これの感覚が、
乗除のときに重要になります。
大事なところですから、
次ページで少し練習しましょう。

下の説明文を読み、右の計算をしてみてください。

10から４を引いて、１を足すことは、　　10 －4 ＋1 ＝

10から、４から１を引いた数３を引くことと同じ。　　10－(4 －1) ＝

14から４を引いて、１を足すことは、　　14 －4 ＋1 ＝

14から、４から１を引いた数３を引くことと同じ。　　14－(4 －1) ＝

15から５を引いて、１を足すことは、　　15－5 ＋1 ＝

15から、５から１を引いた数３を引くことと同じ。　　15－(5－1) ＝

16から６を引いて、１を足すことは、　　16－6 ＋1 ＝

16から、６から１を引いた数５を引くことと同じ。　　16－(6－1) ＝

16から６を引いて、２を足すことは、　　16－6 ＋2 ＝

16から、６から２を引いた数４を引くことと同じ。　　16－(6－2) ＝

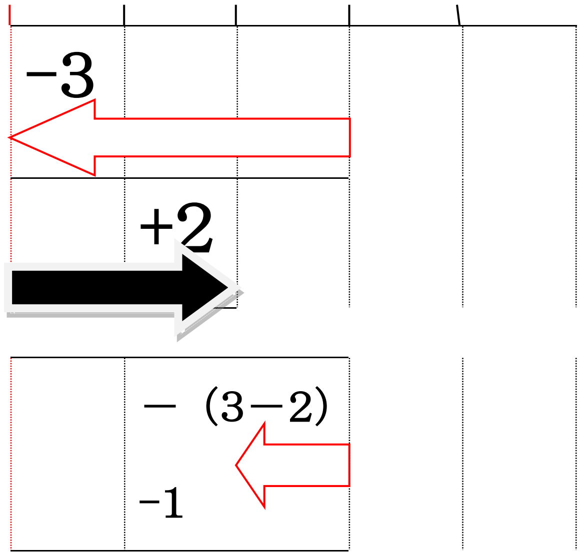
16から６を引いて、５を足すことは、　　16－6 ＋5 ＝

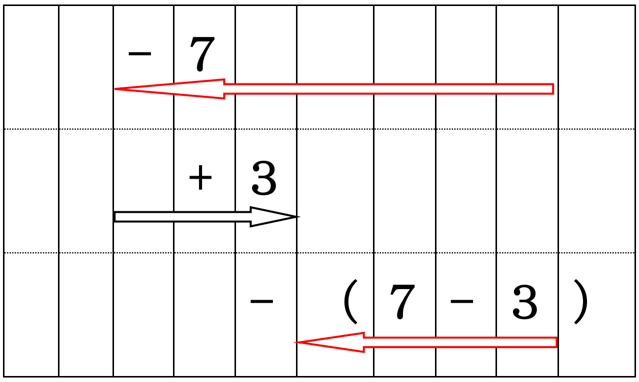
16から、６から５を引いた数１を引くことと同じ。　　16－(6－5) ＝

似た例を自分で作ってみてください。

『そうかなあ』が、

『こうに間違いない』と思えてきます。





ステップコ：備考

今見てきたとおり、

個数を並べて数える方法で
数直線をつくり、
大きさとしての数や、**位置**としての数、**向きのある数**など
様々な数を**創る**ことが出来ました。数の発明ですね。

負の数へもあと一歩ですが、中学一年生の項をみてください。