五年生は割合！

五年生で、最ももめるのが割合です。

できるようになった子も
『よく分からない』
『気持ち悪い』と言う単元です。

理由は色々ありますが、それはあとにして、
どのように教えると分かるかを示します。
多分、江戸時代も似たような考え方だった
と思います。
整数計算です。

児童への話しかけです。

「ふつうに生活していても略語は多い。
　例えば、デジカメってどんなカメさんだ？」
『デジタルカメラの略』
「デジカメでは何のことか分からないね」
「算数も略語が大好き」

例えば、次のように言います。

「**10 等分**」のことを算数では
「**÷10**」と表します。

20 円を $\boxed{\text{10 等分したうちの３個分}}$ を
20 円の $\boxed{\text{3 割}}$ と言います。
「20 円　$\boxed{\div 10\quad \times 3}$」として求められます。
「６円」です。

１割、つまり１個分のとき、ふつうは
「×1」を略しています。
略さずに表すと「÷10　×1」です。

20 円を $\boxed{\text{10 等分したうちの１個分}}$ を
20 円の $\boxed{\text{1 割}}$ と言います。
「20 円　÷10　×1」として求められます。
「２円」です。
このように、
具体的な数値を使って
自力でできるようになるまで尋ねます。

「10 割」は特別に取り上げる必要があります。「÷10　×10」

以下同じように、
20 円の４割、７割と歩合を増やしたり、
200 円の、300 円の、と金額を増やしたり
理解したかどうかを確かめます。

一般的に述べるより、
具体的な数字を使って尋ねます。
天下り的に教えなければならないのは
人々が決めてきた**言葉の約束事**です。

日常使われる「割引」は格好の話題です。
「20 円の品物を３割引きで買うと何円？」
と尋ねます。(今はもっぱら％ですが。)
「3 割引き」が分からない時は、
「20 円の品物を **6 円引き**で買うと何円？」
これなら大概わかります。
そして、３割のところに６円を重ねます。
このように、
子どもたちが分かっていることに乗せて
次の課題に進みます。

整数計算での問題に答えられるようになったら、小数計算に進みます。
いきなり小数計算は乱暴です。
子どもは、自分の理解したものごとの
表示方式の変化には
さほど戸惑うことはありません。

割合

1割をはさめば簡単です。

ア

600円を10割とすると
180円は何割かを次のように考えます。

600円	60円 ②	180円
10割	1割 ①	3割③

イ

600円を10割とすると
3割は何円か
を次の順序で考えます。

10割	1割 ①	3割
600円	60円 ②	180円③

ウ

3割が180円とすると
10割は何円か
を次の順序で考えます。

3割	1割 ①	10割
180円	60円 ②	600円③

1%をはさめば簡単です。

カ

600円を100%とすると
180円は何%かを次のように考えます。

100%	1%	30%
600円	6円	180円

キ

600円を100%とすると
30%は何円か
を次の順序で考えます。

100%	1%	30%
600円	6円	180円

ク

30%が180円とすると
100%は何円か
を次の順序で考えます。

30%	1%	100%
180円	6円	600円

上の問題は、整数の等分と等倍の感覚で考えれば、
特に**比**を意識しなくとも解答することができます。
小学三年生ならば、十分解答可能です。
明らかに整数問題であり、分数や小数を使う必要はありません。
江戸時代はそうしていたはずです。
×0.3も÷0.3も使っても構いませんが、
その計算が、
単に整数計算の組み合わせに過ぎないことを
子どもに伝えるべきである
と思います。

これを、
小学５年で学ぶ割合の方法にすると、次の通りです。
なんともこむずかしい話になります。

ア
600 円を 10 割とすると
180 円は何割か

$$180 \div 600 = 0.3$$

答：3 割

イ
600 円を 10 割とすると
3 割は何円か

$$600 \times 0.3 = 180$$

答：180 円

ウ
3 割が 180 円とすると
10 割は何円か

$$180 \div 0.3 = 600$$

答：600 円

カ
600 円を 100%とすると
180 円は何%か

$$180 \div 600 = 0.3$$

答：30%

キ
600 円を 100%とすると
30%は何円か

$$600 \times 0.3 = 180$$

答：180 円

ク
30%が 180 円とすると
100%は何円か

$$180 \div 0.3 = 600$$

答：600 円

何とも分かりにくい話ですね。
誰がこんな計算をしているでしょうか。
学校でだけ、のようです。

昨今、
分数計算より
小数計算を先に学ばせる風潮があります。
小数は、分数によって説明するべきものですから、いささか飛躍になります。
先ず整数計算から入りましょう。

これらの式は
なぜこうなるのかを辿ると、
結局、

$$\times 0.3 = \div 10 \times 3$$

$$\div 0.3 = \div 3 \times 10$$

に辿り着きます。

そして、それは、
等比の関係の認識に戻るのです。

1当たり量や
割合の公式など
教える人も習う子どもも
くりかえして**信念**になっているので
意見を変更してもらうのは
難しい課題かもしれなません。

みんなの困っている問題なので
くりかえし繰り返し述べますが、

小学５年で学ぶ**割合**は
比の値を
割合と呼び換えた
表示方法の違いに過ぎない、

と考えるべきです。

４つの数字を使って表していた比を
３つの数字の関係に略した
比の三用法を

さらに変形したのが、一般に言う
割合の三用法
と**名付けられた**ものです。

略式化され、
さらに変形した数式のままを解釈して
子どもに分かるようにする事は
甚だ難しいものです。

教える方も
教わってきたとおりにしか教えられません。

小学６年で学習する
比から導かれるべきものを
小学５年に配当したが為に
困り果てているのです。

比べる量÷元にする量＝割合
元にする量×割合＝比べる量
比べる量÷割合＝元にする量

の３つの式を覚えさせ、
繰り返しているうちに
なんとかその気になってもらい、
それぞれの問題に対応する練習で
切り抜けています。

100 点取った子も
「よく分からなかった」
という話もあります。

つまり、
数学的原理でないものは
理解できないのです。

児童がなかなか理解しないのは
特例の問題にすぎないものを
あたかも
数学的本質のように
考えるためであると思います。

学校での算数教育の研究では、
「教え方の違いによる正答率の違い」
などが多く報告されています。
統計学に頼り過ぎです。
子どもに分かる道筋はかくあるべし、
という発表になっていないのです。

数学は、**一般化**とも言えますが、
略式化が好きです。
そのため、
元(もと)の考えが分かりにくくなります。
気をつけなければなりません。

比の値を

割合と呼ぼうと
分数で表そうと
小数で表そうと
あるいは
歩合や**百分率**で表そうと、
根本に違いはありません。
表記方法の違いだけです。

先に６年の項で見たように

ｍ：ｎ＝Ａ：ｘ

の **ｘを求める** ことより
より本質的問題ではない
ということです。

便利そうだからついつけた名称で、
子どもが分かりにくい
先生も説明できにくいのだから、
やめたらどうだろうか。
少なくとも
根本的課題でないことだけは
認識しておきたい。

分かりにくい時は

おおむね怪しい

と考えましょう

整数の乗除から
分数の掛け算へ

「　÷10　×3　」は

「掛けること」と「割ること」の
順序は変更できますから、

「　×3　÷10　」となり、

英語風に表すと

「　×3/10」。これを数学では

「　$\times\frac{3}{10}$　」と表します。

$\frac{3}{10}$を小数では 0.3 と表すので

「　×0.3　」

もちろん、

小数は「×0.1」から導入します。

「÷10×1」を「×0.1」と表します。

という、約束ごと的導入が必要です。

テキストによっては、
「×小数」の導入に、いきなり
「×3.4」等とする場合がありますが、
よほど腕の良い先生に使ってもらわないと
かなりの子どもがこぼれると思います。

割合は比で説明すると分かり易い。

割合は、比のうち
m：1：n
の m が
10 であったり、100 であったりするだけの
ことです。

即ち

10：1：n　　n 割

100：1：n　　n％

3％とは
3 パーセント
「パー」とは日本語にすれば
向きは逆だが「分（ぶん）の」こと、
「セント」とは「100」のことです。
（100 年のことをセンチュリーと言いますね）
つまり、「3 パーセント」は
「3 パー100」「3/100」のことです。
単に「100 分の 3」を逆順に言っただけの
英語表現にすぎません。

日本語人としては、「100 分の 3」が
「×3÷100」というのは
感覚的に承知できないですけれども。

分数×整数

初めの分数を「大きさ」と捉え、
「２倍、３倍する」と考えると
分かり易い。

分数÷整数も
同じく
初めの分数を「大きさ」と捉え、
「2分(ぶん)、3分(ぶん)する」と考えると
分かり易い。

$\frac{1}{3}\times 2$ を

$\frac{1}{3}\times\frac{2}{1}$ とする子が居ます。

これは困ります

この方法で計算しても
結果は、$\frac{2}{3}$ですから
誤答ではありませんが
分数の大きさの感覚が無い
と言えると思います。
ですから、答えを見て正解だから
オーケーとしては
その後の様々なところで困ります。

小数の掛け算は掛け算か

ふつうのテキストは
100×2.5 などを、応用問題から入ります。

この「×2.5」の式の「×(かける)」は、
×2、×3 からの類推で納得しなさい、
という考え方ですが、
「整数で成り立っても、小数で成り立つとは言えまい」という感覚が、
小学生時代の私にはありました。
もちろん、その後も妙な気分でした。
だから、
整数で掛け算だから、
小数でも掛け算でやりなさい、
と小学生に強要する考え方は
賛成できません。

×2.5 は、**×0.1×25**

そして、**×0.1** は、**÷10** なので、
掛け算と言いながら、中に
÷10 の割り算が組み込まれているのです。
割り算が組み込まれているのに、
形式的に掛け算として
式が立てられていたのが
気持ち悪さの原因だったようです。

次の**合成数**を**素数の積**で表しなさい.

素数とは、　　掛け算でできない数のこと。

4	=	2^2
6	=	2×3
8	=	2^3
9	=	3^2
10	=	2×5

12	=	$2^2\times3$
14	=	2×7
15	=	3×5
16	=	2^4
18	=	2×3^2
20	=	$2^2\times5$

3×3 を 3^2 と表すことくらい
ついでに教えても
バチは当たりますまい。

21	=	3×7
22	=	2×11
24	=	$2^3\times3$
25	=	5^2
26	=	2×13
27	=	3^3
28	=	$2^2\times7$
30	=	$2\times3\times5$

32	=	2^5
34	=	2×17
35	=	5×7
36	=	$2^2\times3^2$
38	=	2×19
39	=	3×13
40	=	$2^3\times5$

42	=	$2\times3\times7$
44	=	$2^2\times11$
45	=	$3^2\times5$
46	=	2×23
48	=	$2^4\times3$
49	=	7^2
50	=	2×5^2

51	=	3×17
52	=	$2^2\times13$
54	=	2×3^3
55	=	5×11
56	=	$2^3\times7$
57	=	3×19
58	=	2×29
60	=	$2^2\times3\times5$

62	=	2×31
63	=	$3^2\times7$
64	=	2^6
65	=	5×13
66	=	$2\times3\times11$
68	=	$2^2\times17$
69	=	3×23
70	=	$2\times5\times7$

81	=	3^4
82	=	2×41
84	=	$2^2\times3\times7$
85	=	5×17
86	=	2×43
87	=	3×29
88	=	$2^3\times11$
90	=	$2\times3^2\times5$

72	=	$2^3\times3^2$
74	=	2×37
75	=	3×5^2
76	=	$2^2\times19$
77	=	7×11
78	=	2×39
80	=	$2^4\times5$

91	=	7×13
92	=	$2^2\times23$
93	=	3×31
94	=	2×47
95	=	5×19
96	=	$2^5\times3$
98	=	2×7^2
99	=	$3^2\times11$
100	=	$3^2\times11$

倍数・約数は

とくに５年生になってから学ぶほどのことではない、と思います。ただ、下級学年に学ぶことがたくさんあるから後回しになっているだけでしょう。

倍数は
2 年生の掛け算のついでに、
約数は
3 年生の割り算のついでに
学び始めるのが良いと思います。

数字は単なる数字と思わず、それぞれの特徴を知っておくことは有益です。

速やかに**素数分解**できるようにしておくことは、後々の算数・数学学習にも役立ちます。

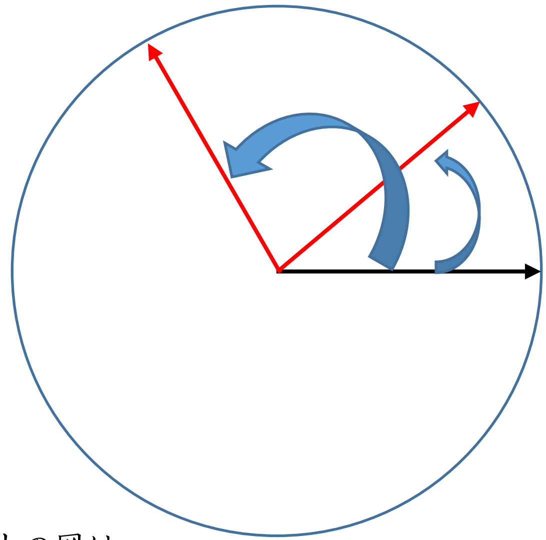
ｎ乗のような表現は
小学生向きではない、
と考えられると思いますが、
3×3 を 3^2 と表すと言えば
２年生でも
出来るようになります。
簡単なことです。

最小公倍数は、
少し練習が必要です。

角度は単なる**図形**ではなく、

回転と理解すると

高校数学に直結します。



上の図は、
黒の基準線から
40°回転した線、
120°回転した線です。
ふつう、
角度は固定した**形**と捉えられています。
しかし、
回転とも捉えると、それ以後の数学に
多大なる進展が見られます。

形であるとともに、
回転という見方もあることを
是非とも手に入れさせたいところです。

合同

合同な三角形の書き方

ふつう、次の三角形の合同条件、
①　二辺とその間の角がそれぞれ等しい、
②　一辺とその両端の角がそれぞれ等しい、
③　三辺がそれぞれ等しい、
から考えることになっています。

しかし、よく考えてみると、
この言葉の順に書こうとすると、
①と③は手の出しようがありません。

①の「二辺」を書くためには
どうすれば良いのでしょうか。
先ず、一辺がわかり、
次に間の角がわかり、
最後にもう一辺がわかることの順です。
辺２つが先ではありません。
②は、言葉の順で書けます。
③も、先ず一辺を書いてからです。

書くときに説明するからそれで良いのでは、
というのは、出来る子どもたちの話です。

算数の苦手な子たちの場合は、
覚える言葉と手順が一致していること
が大切です。
少なくとも、最初は

操作順に言葉を、です。

操作⇒言葉⇒数式ですから、
操作と言葉の順が違えば覚えにくい訳です。
どの三角形の書き方も、
先ず一辺を書いてからが始まりです。

体積メートル法の導入

デシ
ｄｍを導入しておれば、

ｄm^3（立方デシメートル）
も使えて便利なのに、
中途半端なことをすると
あとあと困るのですね。

長さ	1m	1dm	1cm	1mm
体積	$1m^3$	$1dm^3$	$1cm^3$	$1mm^3$

これで
長さが **10 分の 1** 倍になると
体積が **1000 分の 1** 倍になります。

$1dm^3$ が無いから、

リットル
Ｌ を入れたのです。

次は、本来必要のない寄り道です。

$1m^3$	1Ｌ	1mＬ	1μＬ

大きい方へは、

長さ	1m	1dam（デカ）	1ｈｍ（ヘクト）	1km
体積	$1m^3$	$1dam^3$	$1hm^3$	$1km^3$

これで
長さが **10** 倍になると
体積が **1000** 倍になります。

こんな単位なんか不要と思われますか。
次をみてください。

ここで
重さのメートル法の導入です。

重さは、水の重さで決めます。
$1m^3$ の水の重さが **1 トン**
1ｄm^3 の水の重さが **1 キログラム**
1ｃm^3 の水の重さが **1 グラム**
$1mm^3$ の水の重さが **1 ミリグラム**と言う
と約束されました。

表にまとめると、

長さ	**1m**	**1dm**	**1cm**	**1mm**
体積	**$1m^3$**	**$1dm^3$**	**$1cm^3$**	**$1mm^3$**
体積	**$1m^3$**	**1Ｌ**	**1mＬ**	**1μＬ**
重さ	**1ｔ**	**1ｋｇ**	**1ｇ**	**1mｇ**

ただし、水の温度は 4℃。

大きい方へは、

長さ	**1m**	**1dam**（デカ）	**1ｈｍ**（ヘクト）	**1km**
体積	**$1m^3$**	**$1dam^3$**	**$1hm^3$**	**$1km^3$**
重さ	**1ｔ**	**1ｋｔ**（キロ）	**1Mt**（メガ）	**1Gt**（ギガ）

TNT 火薬 100 メガトン級の水素爆弾とは
どのようなものでしょうか、
これで推測できます。
1 辺が 100 ㍍の立方体 100 個分の水の重さ
です。火薬の比重が 1.6 ですから、
半分のサイズと考えましょうか。

正比例

正比例の学習で、
子どもたちが知らなかったのは
用語だけです。

１本５円ならば、２本、３本、ｎ本では？
これを表に表すと

本数	1	2	3	…	n
求める式	５円	５円×2	５円×3		５円×ｎ
全額	５円	10円	15円		5ｎ円

ｎ本のところが少し説明が必要ですが、
あとは単純な小学２年生の問題です。

これを、どんな数をいれても良い
変化する数の代表としてｘ本、
その結果の全額をｙ円と表すと

本数	１本	…	ｘ本
求める式	５円		５円×ｘ
全額	５円		ｙ円

$$y = 5 \times x$$

となり、これを**正比例**と言います。

この様に、順に考えた結果を
ｘゃｙで表す、と約束すると
子どもの疑問が少なくなります。

ｘやｙを先に表して

ｘ(本)	1	2	3	…	x
ｙ(円)	5	10	15		y

その意味を後で説明する英語的表現は
英語人なら知らず、
日本語人にはいささか抵抗があります。

数学書の表現に早くから慣れさそうとして、
逆に数学に違和感を持ってしまっている、
と思います。

知っていることを重ねて、
順に階段を上る学習法が
みんなを連れて上がれると思います。

この学習において、
小学２年生が「分からない」と言うところ
は何でしょうか
ほとんど無いのです。
まあ、ｘやｙが「？」でしょうが、
「□や△の代わり」と言えば、
当たらずとも遠からず、にいけます。

この単元は昔、６年生の配当でした。段々
学年が下がっていくのかもしれませんね。
もちろん、「連続量を考えるから高学年に配当した」のかもしれませんが、それでも、
子どものわかることで導入したいものです。