§１ 数学史から考える

数学史から数を議論すると言っても、
総合的に議論する気はありません。私の
大よその数の考えが出来た時から、
インターネット上を渉猟し、
他の人の考えを知ろうとしました。

その結果、
数の様々な能力は、
①点を数えて出来たものでないこと、
②現代数学の自然数の定義が算数教育
に不向きであること、
をちょっと、歴史の力も借りて主張した
いが為です。

ウイキペディアの数学史を
エジプト、インドなどと
地域別に一覧表にしてみると、
古代ギリシャ以来の西洋世界が
長期間、全く何の数学的進歩も
していないことが分かります。
しかも、ウイキペディアは
16 世紀から 18 世紀にかけての
輝かしい西洋の数学の世界も、実は
アラビア数学の写しである、
と喝破しています。そして、
２千年間の停滞があった、
と断じています。

このことが算数教育上、
何の議論もされていなかった
或いは、
算数教育に携わった者の耳に入らなか
ったことが不思議です。

要するに、

古代ギリシャの数観
「自然数 1、2、3、………は数だが、
　分数は量である」などという
迷妄が西洋数学の発達を阻害していた
明白な証拠です。

その影響が、
日本の現代の算数教育に響いていると
したら、残念の極みです。
西洋世界という地理的空間概念が
いつできたのかは知りませんが、
西洋は、西洋の外にある
エジプトの壮大な文明の価値を
認めたくなかった心理が働いて、
古代ギリシャの数観を支えに、
異教徒のエジプトの分数を
排除し続けたように思います。

インドにも中国にも、
負の数の考えさえあったというのに、
西洋は、ゼロさえ考えられなかった思い
こみの激しさは一体何なのでしょうか。

よそごとながら、
ピラミッドを作り上げたエジプトの文明が消え
たのは、どのような理由があるのでしょうね。

年表で見て頂きたいのは、
ギリシャ以来 16 世紀まで
西洋には何も無い、ということです。
（印度・中国については省略します。）
次ページからの年表を見たそのあとに、
足立恒雄氏の論考を読んでください。
問題点が浮かぶと思います。

以下、ウイキペディアより抜粋の世界の**数学史**

古代エジプト　メソポタミア

（1850 **年以降**発見された 400 **以上の粘土板**で明らかに）

エジプト語で書かれたものを
エジプト数学と呼ぶ．
ヘレニズム時代からは**ギリシャ語**で書かれ，
バビロニア数学と融合，
アラビア語が記述語となった．
アレキサンドリアの図書館が焼かれたので文書のほとんどが**残っていない**．

紀元前 2000～1800
単語問題
文章問題

紀元前 1650 頃（大英博物館蔵リンドパピルスによる）

整数論（合成数と素数）
幾何学のマニュアル
乗算と除算

単位分数
調和平均
エラストテネスの篩(ふるい)
完全数（例 6＝1+2+3）
等差数列
幾何級数
余接関数
簡単な二次の連立方程式の解法

紀元前 3000
複合的な測定システム

紀元前 2500
乗算表
幾何学
除算問題

紀元前 1800～1600

分数
代数
二次方程式
ピタゴラス数
乗算表
三角法表
一次方程式の解法
二次方程式の解法
２の平方根
円周率　22/7
６０進法
360 度
位取り記数法（小数点はなかった）

ギリシャ以前は，

すべて**帰納法**であったが

古代ギリシャ

タレス（BC624～546）
ピタゴラス（BC582～507）
ユークリッド（BC408～355）
アルキメデス（BC287～212）
ＢＣ550～（イタリアから北アフリカ地域）～ＡＤ300

ギリシャ人は，

定義と原理から結論を得る **演繹法**

を採用した．

以後　ヨーロッパ数学の
停滞が始まる．

ヨーロッパの数学

西暦紀元後

古代ギリシアの
自然数観を継承した
中世ヨーロッパは，
およそ 2000 年間
にわたり
数学の発展が
無かったのです．

何にも無いのです。

イスラム数学

イスラム帝国時代の**アラビア語**は
周辺国でも使われていた．

ＡＤ825≪インドの数の計算法≫
インド・アラビア数字が使われていた．

≪約分と消約の計算書≫
これは，代数の父と呼ばれている．

ＡＤ1000 頃
　　数学的帰納法による証明
　　二項定理
　　パスカルの三角形
　　積分立法数
　　最初の微積分の導入
ウマル・ハイヤーム（詩人でもある「ルバイヤート」）
　　ユークリッド原論の不備
　　特に平行線公理について
13 世紀
　　球面三角法
　　平行線公理の瑕疵
15 世紀
　　円周率を 17 ケタまで
　　ｎ乗根の計算のアルゴリズム
この時代，アラビア数字への**小数点の追加**
正弦を除く現在の**三角関数の全て**，
初期の無限小
代数幾何学の初め

15 世紀
オスマン帝国時代にイスラム数学は**停滞**．

ヨーロッパの数学

以下の文はウイキペディアの文そのままです。

『**ヨーロッパ**の数学者による，
16，17，18，**世紀**の
輝かしい新たな構想
と考えられていた概念の多くは，
アラビア及びイスラム数学者に
より **4 世紀前**に開発されていた
ことが知られる．

また，
1100～1400 年の時代
ヨーロッパの学者は
アラビア語科学文献を求めて
スペイン，シチリアへ旅した』

16世紀生まれの数学者

ガリレオ 1564～1642

ネイピア～1617　**対数**

ステヴィン～1630　**小数**

デカルト 1596～1650
解析幾何学

17世紀

フェルマー1608～1665
解析幾何学

パスカル 1623～1662
円錐曲線のパスカルの定理

ニュートン 1642～1727
微分積分学

関孝和 1642～1708
行列式・ベルヌーイ数

ライプニッツ 1646～1716
微分積分学・行列式

ド・モアブル 1667～1754
確率論

18世紀

ベルヌーイ 1700～1787
非粘性流体のベルヌーイの定理

オイラー1707～1783
多変数関数

ラグランジュ 1736～1813
群論の先駆

ラプラス 1749～1827
ラプラス変換

フーリエ 1768～1830
フーリエ級数

ガウス 1777～1855
複素解析学

ロバチェフスキー1792～1856
非ユークリッド幾何学

≪数の概念について≫

数理解析研究所講究録2009　早稲田大学　足立恒雄氏（インターネットより
）

一,　　はじめに

ア）ギリシャの「つぶつぶ的数」と「連続量」という二つの概念がヨーロッパにおいて統一されていく過程を示す。

イ）別に、**インド**の
直線上の対等な点を位置
として数を把握する見方
を紹介する。
ギリシャ的基数主義でなく、
数直線もあり、負の数も早い。

ウ）教育上の問題として、
現代の数学教育は
数学の歴史的発展段階に捉われ過ぎているのを改め、
個数主義に捉われ過ぎることなく、
可能な限り**早い**時期に、
数直線を導入すること
を提唱する。

二、**数の背景**をなす**概念**

① **個数**
② **順序**
③ **連続量**、
④ **位置関係**

ギリシャ哲学者は
数(離散量)と**量(連続量)**とは
別物と考えた。
負の数量は考慮の外。

三、
現代数学における数の定義

クロネッカーの「自然数だけが神の創り給いし数」観からいくらか洗練されたが。
ギリシャ以来の形而上学的志向によって
基数主義に基づいている。

ペアノの公理 1891
自然数の体系を
順序・個数で表現

近世以降、徐々に、
連続量を表す数観が定着。

四、基数主義の問題点

① **負の数が困難**
② **量の数化が困難**

五、ステヴィン≪十分の一≫1585
算数は数の学問
数は量を説明する
数は**連続**

六、デカルト≪幾何学≫1637
数には「順序と尺度」の
二重の用法

七、数直線概念の完成
ニュートン≪普遍算術≫1707
:「**数**とは**量の比**であり、
整数、分数、無理数の
３種類」

オイラー（1707～1783）は
数直線に単位を与えた。
「**数とは、**
単位に対する**量の比**」

八、インドにおける数概念
12世紀の本に
「数には、物体性、時間制、位置性の三種類がある」
「東西、上下などの一方が正数性を持つと考えれば、
他方は負数性を持つ。」

九。１次元連続体
順序、連続、可分、非有界性

十一、シュペングラーの
≪西洋の没落≫は、
文明というものの相対性を
それぞれの数学によって特徴づけようと試みた記念碑的な著作である。彼によれば………

§２ 日本の算数教育論争史

「自然数は神が創り給うた」のか

明治の算数教育の基礎を築いたのは、
藤沢利喜太郎という数学者です。
氏は、1883 年ドイツに留学し、
クロネッカーに学びました。
クロネッカーは勝れた数学者でしたが、
ご多分に漏れず、古代ギリシャの伝統を
引き継いでいました。
彼は、日本では、
「自然数は神が創りたもうた。」
「その他の数は人間が作った。」
という言葉で有名です。

自然数を理解した日のことを
覚えている人はいません。
何故なら、それは沢山の繰り返しの中で
徐々に形成される概念だからです。
アナログの世界にあった脳が、外界を
デジタルに切り取って理解する作業は、
或る日突然には起こり得ないからです。

藤沢博士は、
クロネッカーの考えをもとに
算数教科書を編纂します。
後に、遠山氏が
「分数に進めないので、高学年では
あっさりその考えを捨てて
乗り換えている」
といった方式で分数に対応しました。

現代数学の自然数観の根本が、
クロネッカーと同時代のペアノの提言、
即ち、「よく知られた数の性質
のうちの一つを取り上げて、
他の性質をそれから説明することがで
きるのではないか」
という考えを前提にしているのに、
それについて、算数教育界から、
異論が挟まれなかったのは情けない。
とはいえ、私も、六十を過ぎるまで、
ペアノの考え方を知らなかった勉強不
足でしたが、……………

まあ、小学校で算数を教えていたら、
数学者が名を連ねた算数の教科書に
数学的問題がある、とは考えませんよね。
何か異見があっても、
おこがましくて言えない、
という感覚です。それこそ、
分からないのはこちらの能力不足、と引
きさがる気分でしかなかったわけです。

その点、
遠山啓氏が、
『文部省の算数指導に根本的問題がある』と断じて、喧嘩を吹っ掛けたのは、
内容の全てが正しい、と言えなくとも、
数学者が
『指導要領は正しいと思えない』、
と言っていることが
議論の端緒になったわけで、
これは、
日本の算数教育史上
大きな足跡だと思います。

とにかく、
現代数学の自然数の定義が
他の数につながっていない（図説数学教育）
というのでは、話しになりません。
数学者のみなさん、
そうではありませんか。

たぶん、数学者の多くは、
1、2、3 を教える算数教育になど
興味関心がないのでしょう。
仮にあるとしても、
数学の何たるかを勉強したこともない
数学の素人の小学校教師と議論しても
始まらない、
面倒に巻き込まれるのはゴメン
というところでしょうか。

宮下英明氏は
『図説数学教育』の中で、
次のように述べておられます。

① 『数は量の抽象』でなく
　『数は比』である。
② 文部省も水道方式も
　数学になっていない。
③ 数学になっていないから理解できないのだ。
④ **自然数の定義**は特殊過ぎて、
　数全体には**使えない**。
⑤ 四元数も含めて数を定義すべし
と主張しておられます。

この五番目の「四元数」云々は
小学校算数の教師としての私には
手に余りますし、
それを理解していない者も
算数教育について考えなくてはいけませんから、議論することを許してもらって進めたいと思います。

以下、それぞれの人の意見について、
私の勝手なまとめをしてみました。
次頁からのとおりです。
岡山大学教育学部の提案は
いささか衝撃的です。

長い文章を短く略していますので、
十分には伝わらないとおもいますが、
もめている雰囲気を感じてください。

文部科学**省**の数の扱い方　　VS

明治期、「自然数は神が創り給うた」と考えた
クロネッカーに師事した**藤沢利喜太郎**が
数学教育を指揮。
以後、指導の力点は変わるが大体そのまま。

学習順序

数の基礎は、言ってはいないが、
いくらか家庭で学習、が暗黙の前提。
これができていないと大変です。(寺尾の感覚)

○個数を**数える**
○数える**足し算・引き算**（補数の活用）

○**足し算の延長**としての**掛け算**(九々)。
○10 個を数えて**大きい数**（十進数）

わり算を
等分除・包含除として導入。
○等分除から導かれる**分数・小数。**
□1958 年、分数を**割合分数**と捉える
□10 年後、分数を**量**としてとらえる
○**割合**＝比べる量÷元にする量
が**公式**として与えられる。

小学６年で比の導入
○**比**を「**数と数との対照**」として導入・
○「比の値＝前項÷後項」と定義し、
比が等しいことを
「比の値が等しい」ことにおいた。

○**正比例**
「求める数量＝決まった数量×変数」
と公式化。

数学の学び方・教え方 1972　VS

数学者**遠山啓**著（東京工業大学）

「**数学として**、まず、**物理学で扱うすべての量、**
即ち**広義の量**を考えていきたい」
「日本の過去の数学教育、黒表紙の教科書の編纂者藤沢利喜太郎は、**量を無視した。**」
「藤沢は、**数学は量のことを論ずる学問ではない、**
と言っているが**私は反対です。**」
「**一対一対応**ということがあって、
はじめて**分離量**の**個数**と言う概念が生まれてきます。」
「自然数の定義は集合論による」
「**暗算より筆算中心で**」
「**量の系統的指導**」
「**数**は**量の抽象**である」
「明治期導入の**数え主義**は**破綻**した」

「**数**は**量**を表す。量は次の２種類。
外延量（加法が可能な同種の量）
内包量（外延量の乗除でつくられる)」
「式は単位を付けて」
「量の乗除は新しい量を創り出す」

「掛け算は、足し算の代わり、ではなくて
１当たり量の何倍かである」

「割り算は**１当たり量**を求めるもの」
「タイル」を具象と抽象の間に置く。
「分数は、連続量を数で表す必要からできたもので、**割合分数ではない**」

「**一般性**のあるものを先ず学習し、
それを　**特殊**にあてはめさせる方法が
学習時間の節約になる」

使える数理リテラシー09　VS

宇宙物理学者**杉本大一郎**著(東京大学)

「単なる**数**は**無次元の量**」
「**量**どうしの**掛け算**」
「**量**どうしの**割り算**から**多様な概念**」

「**数学の精神**か**数理リテラシー**か」

上記の著書について、氏は別の著書、
外国語の壁は理系思考で壊す
(集英社新書) の中で、

「数学の先生からは
『数学の精神と体系にマッチしない』
として評価されなかったが、
数理を使う人からは一定の評価を頂いた」

と紹介しておられる。

つまり、
「**量どうしの掛け算、割り算**
　という物理的数学は
　数学としては認められない」
と言われたとのことです。

図説：数学教育　ネットVS

数学者**宮下英明**著（北海道教育大学）

「『**数**は**量の抽象**』は**荒唐無稽**」
「数は**量の抽象ではない**」
「数の数学定義は形式である。略」

「数は**量の比**である」

「学校数学は量の抽象をとる」
「学校数学は数学ではない」
「**文部省**と**水道方式**は**同**じ分類」

「**量**は外延量と内包量**ではない**」

「割り算は包含除と等分除**ではない**」

「『量×量』というものは**ない**」
「『１と見る』は**無用の概念**である」

「論理を考えられないとき
『形式不易と公式暗記』
で乗り越える間違いをする。
量の少ないときは覚えられるが、
高校からは無理である。」

「学校数学は何でもありの**方便**」

「学校数学は**数学になっていない**。
生徒が分からないのは
数学になっていないからである。」

「学校数学の、
分数小数の掛け算割り算は
明証的でないから、飲み込むしかないので分からなくなる」

岡山大学教育学部からの提案（ネットより）

数の捉え方について

１：はじめに
　小学校算数科における「理解」とは、
「**直観的/直感的にわかる**」ことである。
特に、
定義･公理においては、これは重要である。
数学者にとっては
どんな定義･公理であろうと、
それを仮定して議論を進めることが出来ると言っていいだろうが、
小学生にとっては
定義･公理そのものが分かることが必要である。　以下に提案する。

２：基本的な数の概念
数概念の基本は自然数である。
①　　順序としての見方
②　　個数としての見方（基数）
③　　量としての見方
　　･測定単位のつけ方
　　･助数詞は測定単位を表していると見ることが出来る

３：２種類の量から得られる数の概念
速さ、密度、比重、濃度、燃費などがあるが、
それを厳密に指導するのは中々難しい

４：数と量の見方に関するもう一つの立場

4-1：数は**量の比**である

　1970 年代小島順、田村二郎、
　最近の宮下英明
4-2：**比の値**について
　～現場でよく見られる問題
4-3：比と割合～カリキュラムの問題
　教科書、啓林館･東京書籍

4-4：「**数は量の比**」と小学校の現状

このような現状を見ると、いきなり
「数は量の比である」
という概念を現場に持ち込むのは、
現在にも増して混乱を引き起こすことになりかねないようにも思われる。
当面出来ることとして
教員養成の段階で、
この見方を何らかの形で味わわせ、
学習指導要領の変化に対応できるようにしておくことが
最も現実的であるというのが、
教員養成の立場での一つの結論である。

参考文献
小島順
銀林浩
田村二郎
宮下英明
新井紀子

いずれにしても、
古代ギリシャの亡霊が
現代の日本の子どもの算数学習に
悪さをしているのは
何とかしたいものです。

子どものかなりが、
「分数がわからない」と言っているのは、
ほんとうは、数学的センスがある、
あるいは、
教えられた自然数の概念に忠実に分数
を見ているが為、
という可能性は十分にあります。

分数が分からない、のは、
子どもの能力不足でしょうか、
教え方に問題がある、
と考えるべきではないでしょうか。

子育て中のお母さん方にも、
自分の納得する算数・数学を
求めて頂きたい。
たぶん、「裸の王様」が、いるのです。
服が見えなかったのは、
自分の眼のせいではない。
算数数学が納得出来なかったのは
自分の能力不足の為ではなく、
数学の側にあった、としたら、
如何でしょうか。

百メートルを十二秒で走れないからと
言って、走る能力がないなどと誰も思い
ません。

同じように、
数学の複雑な、或いは、意外な解き方の
必要な問題が解けないからと言って、
数学単元のひとつひとつの基本が納得
できないのは自分の能力不足のせい、と
考える必要など、どこにもありません。

数学の、天下り的な議論の進め方そのも
のが問題なのです。
数学が出来てきた道筋をたどれば、
大した話ではないことが多いのです。

全ての単元を吟味したわけではありま
せんが、高校時代、
なぜこんなことが言えるのか、
と疑問に思ったことも、
「なんだ、こんなことから始まっている
のか」
と思えることが沢山見つかりました。
「発見の道筋を内緒にして、
結果を重大発表にするのは、
政治の世界だけではない」ようです。

ざっと、もう一度まとめてみます。

$\boxed{一}$**何故、**「**数学**」と「**数学でない**」
が問題なのか。

一般に「理数系」とひとくくりにされる
理科と**数学**ですが、
この二つの考え方は全く異なります。
$\boxed{数学}$は
何故そう言えるのかを問い続け、
誰もが、そうとしか思えない所へ到達し
ようとします。
$\boxed{理科}$は、
「どうして？」と数回尋ねると
「何故かは分からないがそうなる」
で終わります。
その状態で一応満足するのです。

$\boxed{二}$**何故**
数の概念の混乱が続くのか。
$\boxed{第一}$に、
古代ギリシャ哲学者たちが
アフリカのエジプトよりも
自分たちの方が優秀である
と主張したがった為。
或る意味、ギリシャが偉大過ぎた。
$\boxed{第二}$に、
その後のヨーロッパ人が
西洋文明の起源を、
古代エジプト文明にではなく、
ギリシャに置きたがった為、
或いは捉われ過ぎた為。
$\boxed{第三}$に、
クロネッカーやカントールが
「自然数は神が創った」
と主張したことから想像するに、
日本人には理解し難い宗教的情熱
に動かされているのではないか。
そして、根本的なところで考えを諦めて
しまったのではないか。

$\boxed{三}$**何故**
日本の算数教育の**混乱が続くのか**

明治期、大急ぎで西洋流の数学を
日本に導入したつけがあるのでしょう。
例：比の式を見慣れていなかった為、
数学の基本である比を
小学生最後の６年にまわした。
戦前、主として
形式として訓練していた算術を
戦後
理解中心の算数を目標にしたのに、
理解の論理を十分に作れなかった

算数教育において、戦後、
「数は**量の抽象**」派と
「数は**量の比**」派とが争い、
科学者、工学系の人の応援を得て
量の抽象派が優勢になった。

「**数**は**量の比**」という数学者が
「**子どもに分かりやすい**算数」を
提案してこなかった。
また、算数教育に携わる者が
つまみ食い的だった。

そこで、ギリシアでなく
文明の初期の数、
すなわち、エジプト・メソポタミアに始
まる数を想像し、
再構築して考えるべきだと思うのです。
この論考がそれへの解答の一つになり得て
いたら幸いです。

§３　数平面を考える

負の数については、
中学一年のところで検討しました。
物体を**直線状**に並べると
負の数もかんたんに発明できました。
さて、
数直線が出来たところで、
直線上に数が刻めたのなら、
平面上の位置を数で表したくなるのは
自然ですね。

西洋が中々そうはいかなかったのには
西洋の思考法の癖があります。
西洋は、我々と違って、
言語に対する崇拝の念が強い所です。
なにもかも言語化したいのです。
ですから、
数学についても図形から離れて
言語化しようとする意気込みが
非常に強いのです。
数式化も、言語化のさらなる発展です。

これに対し、東洋、例えば中国では、
『文字は言を尽くさず、
言は意を尽くさず』との言葉で、
文字に表された言葉は不十分である、
という認識です。
日本でも、
『言葉ばっかり上手』とか、
『お前の理屈は屁理屈』とか
とかく言葉の論理には否定的です。

さらに、西洋では
図形を言語以下のもの
と見ているようにも思えます。
何とか、図形を離れた数式で
「真実を語りたい」意向です。

しかし、私たちは、算数教育で
図形の有効性を楽しみましょう。

図形を元において考えると
実に、同時多発的に、
色々な概念が簡単に考えだせます。

言語化にこだわると
論理が非常にめんどうくさくなり、
見えなくもしていきますので、
「ようわからんなあ」となり易いのです。

数直線ができたなら、次は

数平面です。

そこで出来たのが平面**座標**です。
もちろん、直行座標を考えだしたのは
西洋のデカルトとのことです。

それはお馴染みの、縦(たて)軸、横軸をとって、
（タテ横という順は日本語の順でした）
西洋は、というより、
数学は天文学からもきていますから、
地平を表す横軸を先にして、
そのあとに、縦軸がきます。

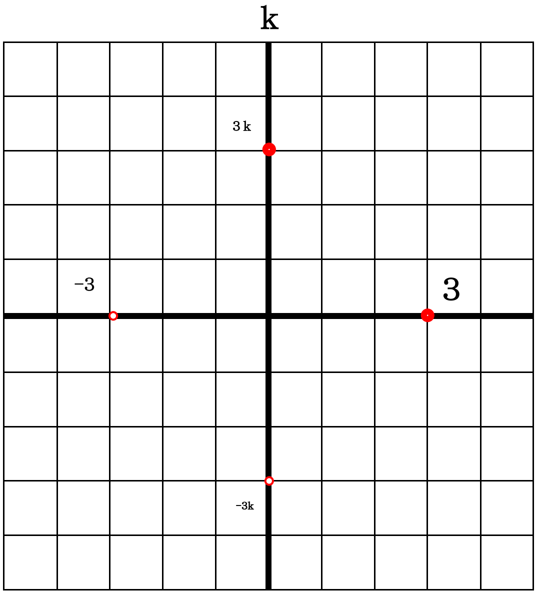
デカルトの考えたタテの座標軸は、
タテを表す数であるか否かは
２つの数の表す順で示しています。
（3、2）とあれば、
先に示した３が横軸、
後に示した２がタテ軸。しかし、

何とか、だまっていても
タテ軸を表しているかどうか
が分かるようにしたいですね。

1

縦軸を「90 度 kaiten の軸」として、

「k」付きで表すことにしましょう。



ア

(3、0)を 90 度回転させたら(0、3)です。
もう一度 90 度回転で
(−3、0) です。

90 度を２回回転
させると
180 度の回転と
なります。それは、
マイナス１を掛ける
のと同じことになります。

ここで、
正逆２方向だけの動きに、
1 90 度の回転が加わりました。

それで、回転も「掛けている」
と考えることにしましょう。

2

90 度回転させることを

回転(kaiten)の頭文字の **k** をつけ

×**k** または単に**k**

と表すことにします。

さらに、

X 座標の値は**数だけ**で表し、

Y 座標の値は（　　、3**k**）

のように**k** をつけて表すこととします。

ア のことを

k を使って表すと、

(3、0k) を **90 度回転**させて
(0、3k) です。
もう一度 **90 度回転**させて
(−3、0k) です。

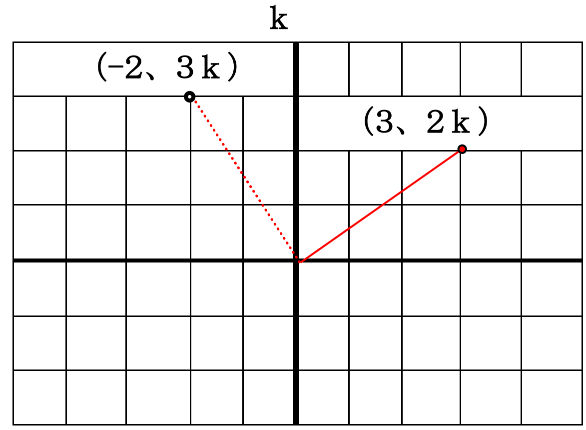
(3、0k) の 3 だけに
注目してみます。
1 回の 90 度回転で
$(3k、0k^2)$
もう 1 回の 90 度回転で
$(3k^2、0k^3)$ です。

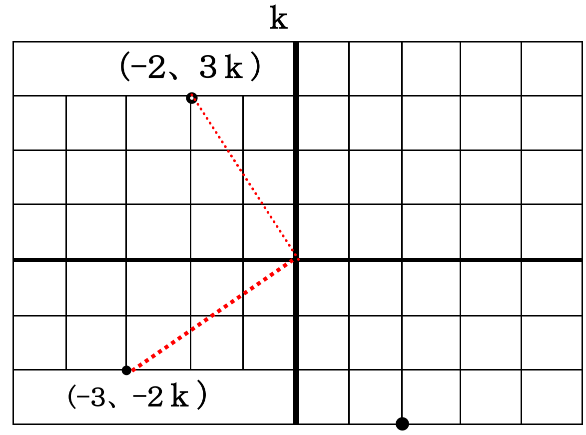
(−3、0) と
$(3k^2、0k^3)$ とは
同じことの別の表現です。

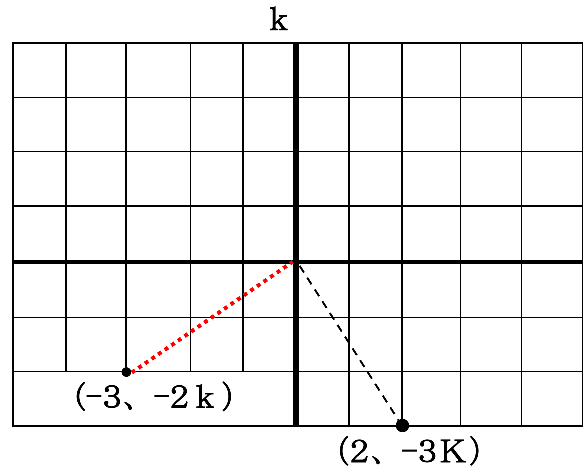
すなわち、
$-3 = 3k^2$ ですから
$-1 = k^2$

90 度回転を 2 回すること
k^2 は −1 と一致します。
ア の結論と一致します。

x 軸上、k 軸上の点だけで**なく**言えるか、
点（3、2）で検討してみましょう。







3　カ

（３　、　２）を 90 度ずつ回転させると

(−2、3)
(−3、−2)
(2、−3)
(3、2)

となることを

ふつうの平面座標で確認して下さい。

次に 90 度ずつ回転させる

即ち、

下の キ の**右辺の値**に

k を掛けると

１行下の**左辺**になります。

キ

	⇒(3、　2 k)
(3 k、　2 k ^{2})	⇒(−2、　3 k)
(−2 k、　3 k ^{2})	⇒(−3、　−2 k)
(−3 k、−2 k ^{2})	⇒(2、　−3 k)
(2 k、−3 k ^{2})	⇒(3、　2 k)

左辺を整理すると**右辺**です。

カ と キ は一致します。

少し説明不足でしょうが

不思議な思いのする

新しい数学が出来ました。

−1 ＝ k ^{2}

の k を i に換えると

$$-1 = i^2$$

高校数学で学ぶ**虚数**になり

座標は、

複素平面になります。

数学史上、

「想像上の数」とか「虚数」などと

訳の分からない名前で登場した数は

実によく見える数として

再登場を果たすことが出来ました。

さて、中学１年の負の数のところで
残しておいた問題が、ここで解決されます。

10 ー （a ー 3） の
赤い部分の計算について考えてみます。

－ （−3） は、

あ

「(−3) を引く」と見ると、
数直線上を逆方向に進み
(+3)

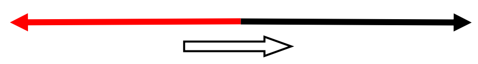
か

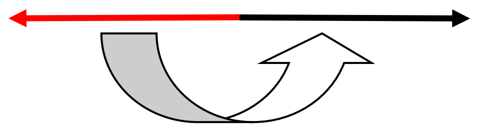
「(−3) に (ー) を掛ける」と見ると、
平面上を 180 **度回転**して同じく
(+3)

不思議というか、当たり前というか、
あ「逆方向に進む」と
か「180 度回転する」とは、
「途中は違って」も
「結果は同じ」になります。＊

＊
つまり、
「(−3) を引く」と
「(−3) に (ー) を掛ける」とは
「見かけは同じ」だが、「実質操作は別」、
「実質操作は別」だが、「結果は同じ」。

「引き算」と「負の掛け算」が
「見かけは同じ」、「途中は違う」、
そして「結果は同じ」。





こんなことは想像もしませんでした。

「ちょっと、数学も面白そう」
となりましたでしょうか。