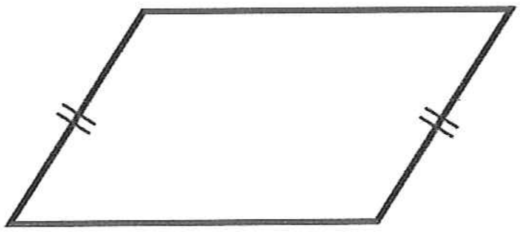
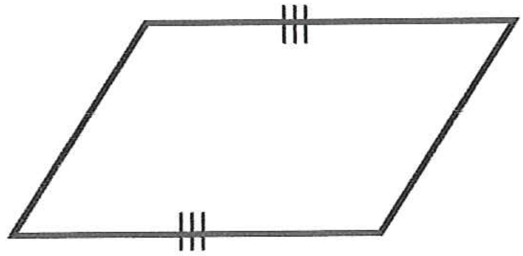
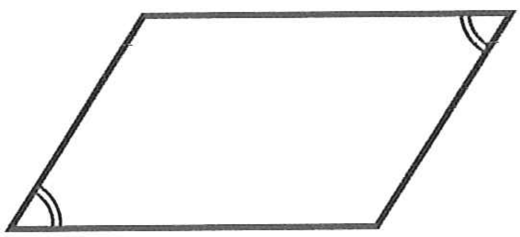
平行四辺形の性質

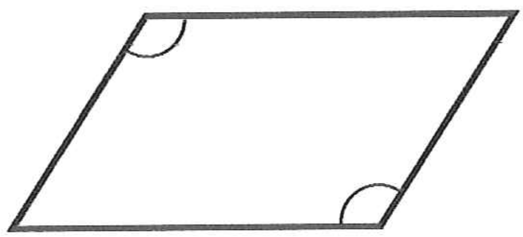
1 向かいあう辺は２組とも等しい。



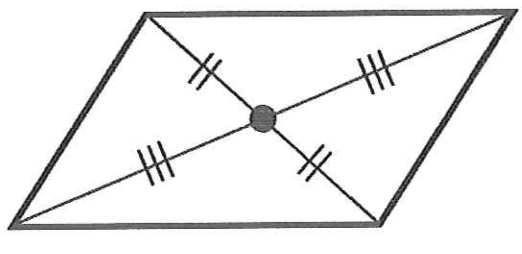


2 向かいあう角は２組とも等しい。

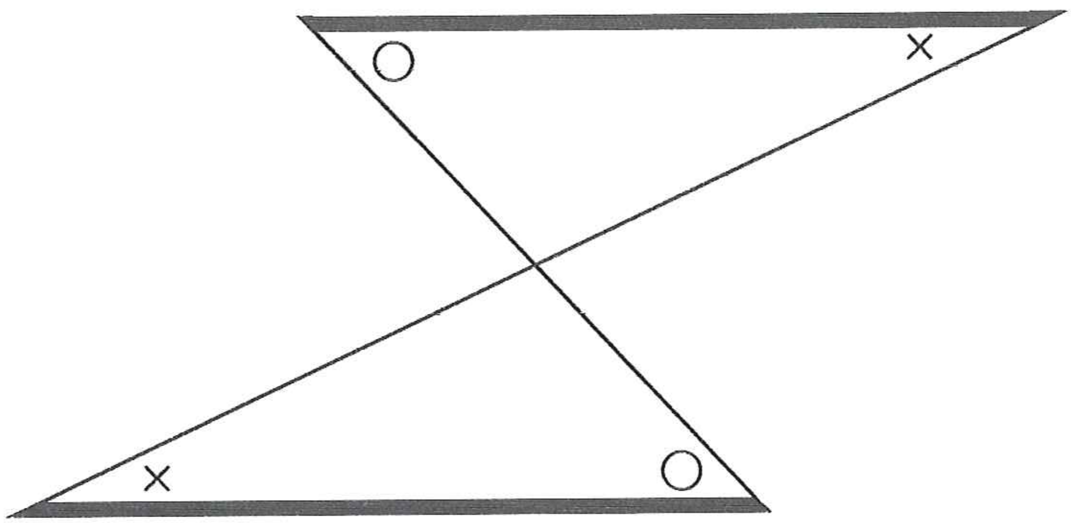




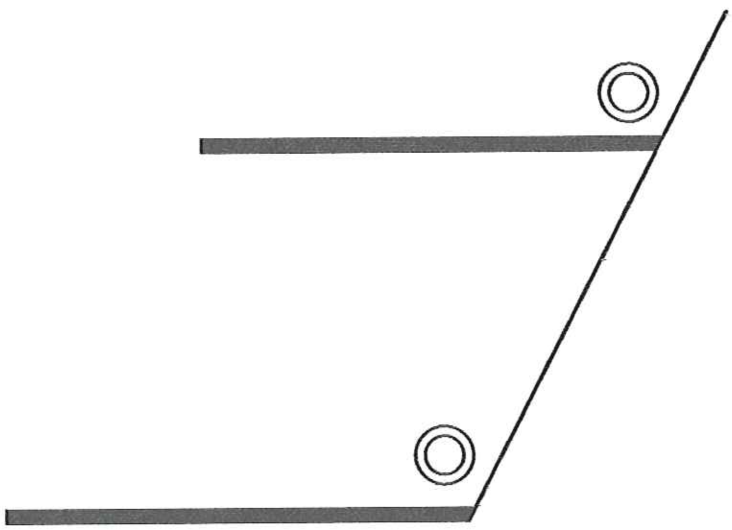
3 ２本の対角線は真ん中で交わる。



平行線の性質



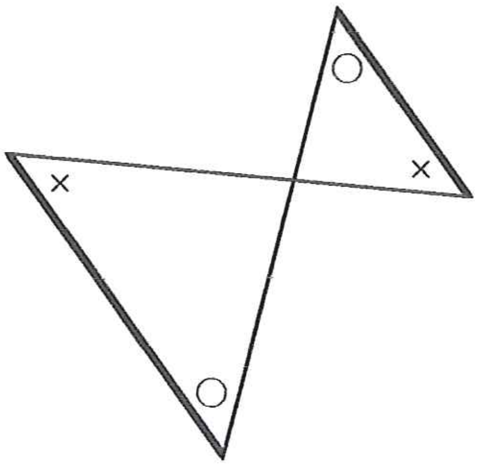
錯角が等しい。

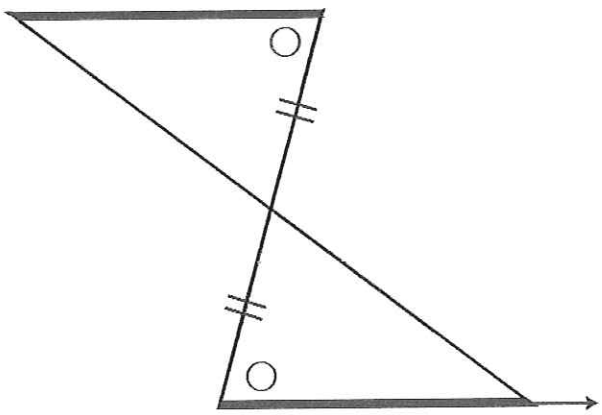


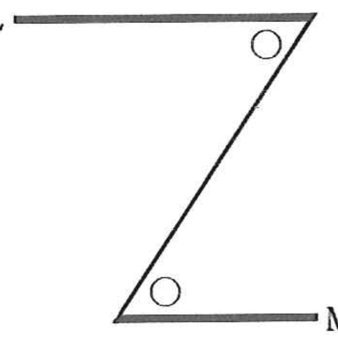
同位角が等しい。

平行であるならば
同位角・錯角が等しい

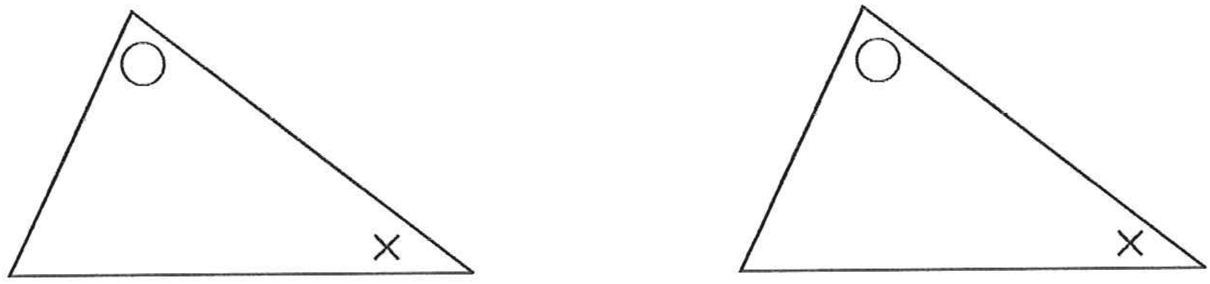
下の図は、太線どうしが平行です。等しい角は・・



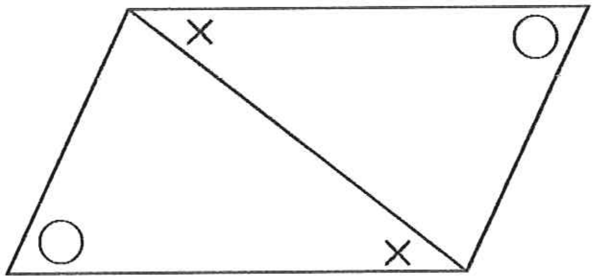




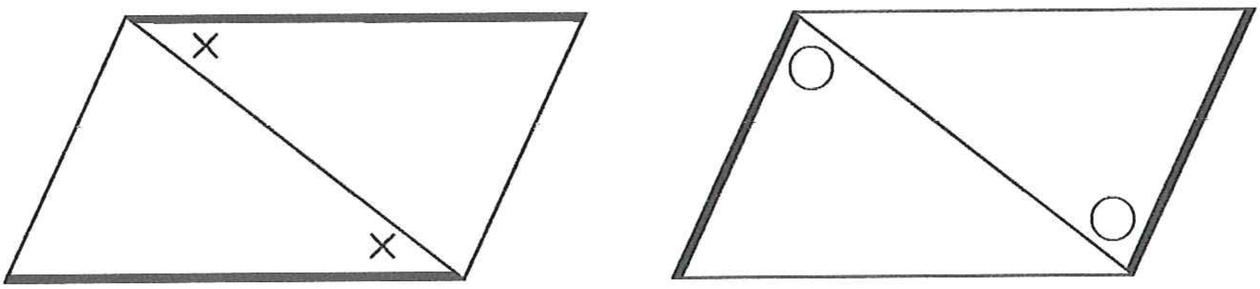
２つの合同な三角形があります。



上の三角形を切り取り
下の図のように合わせます。



すると、錯角のひとしい２組の辺が考えられます。



錯角が等しいとき　２辺は平行です。

合同な三角形を上のように組み合わせてできた四角形は

２組のむかいあう辺が平行ですから

平行四辺形です。

理解できたら上の図を使って説明しなさい。

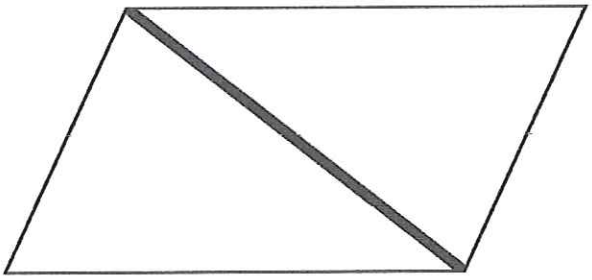
平行四辺形の定義

向いあう辺が
２組とも平行な
ふた　くみ
四角形を
平行四辺形と言う。

覚えて言いなさい。

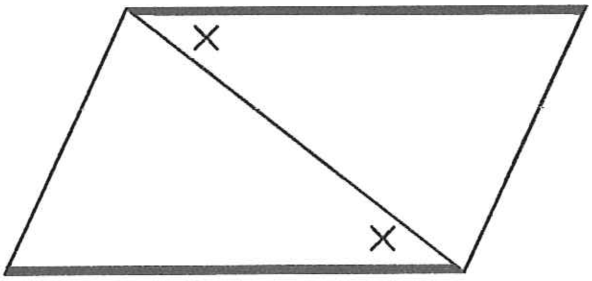
［むかいあう辺が２組とも平行な四角形］である

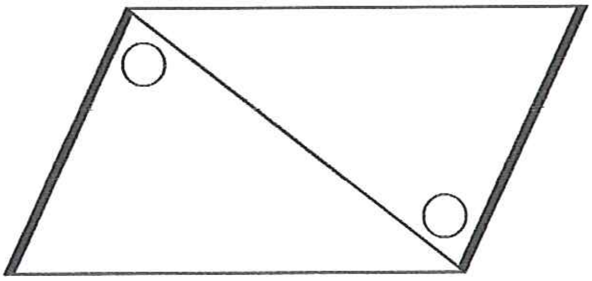
［平行四辺形］に**対角線**をひきます。



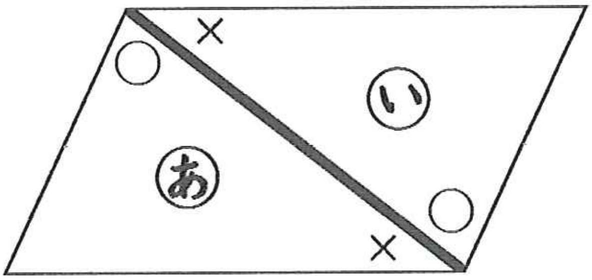
平行四辺形は定義により

むかいあう辺が**平行**です。





平行であれば、**錯角**が**等しい**。



三角形あといは

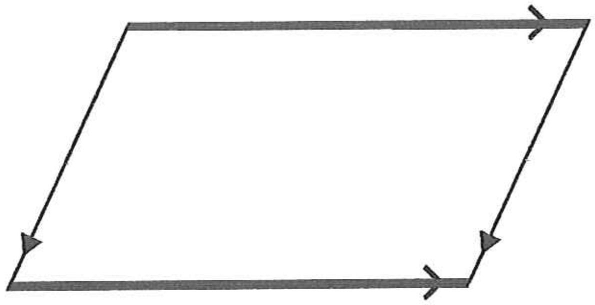
［対角線を共通の辺とし

両端の角がそれぞれ等しい］ので

合同な三角形です。

そのことからいくつかのことが言えます。

考えなさい。（対辺が等しい　対角が等しい）

四角形において もし 対辺が２組とも 平行ならば 
対辺は２組とも等しい。

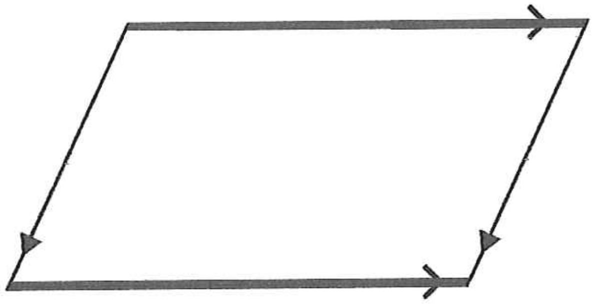
このことを

平行四辺形の 対辺は等しい。

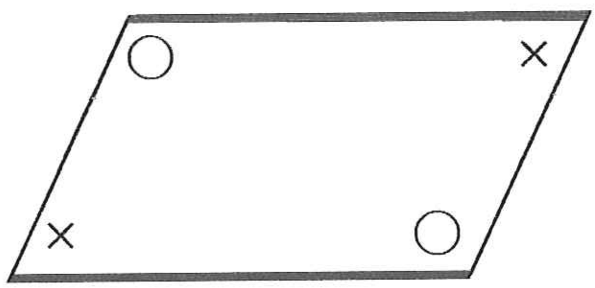
のように言う。

覚えて言いなさい。

四角形において
もし
対辺が２組とも
平行ならば



対角は２組とも
等しい。



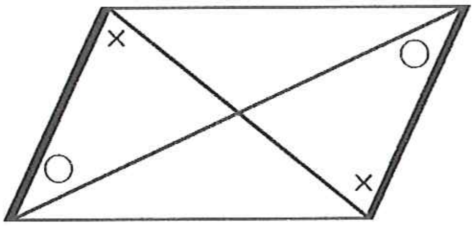
このことを

平行四辺形の
対角は等しい。

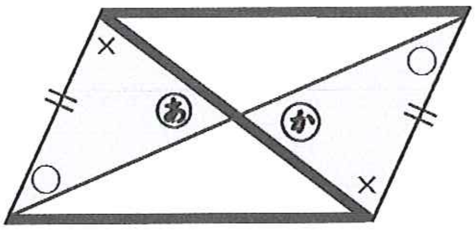
のように言う。

覚えて言いなさい。

平行四辺形の
対辺が等しいことが証明されました。



平行四辺形の対辺は
２組とも平行ですから
図のように
錯角が２組等しい。



図の三角形 あ と か は
１つの辺と両端の角が
それぞれ等しいので
合同です。

それゆえ対応する

AO＝CO
BO＝DO

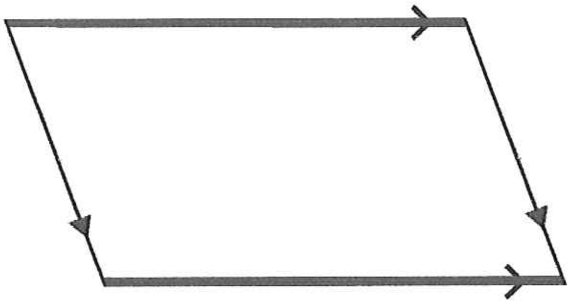
です。

これを

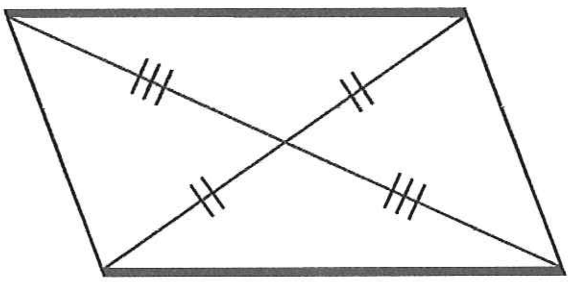
平行四辺形の
対角線は
中点で交わる。

と言います。

四角形において
もし
対辺が2組とも
平行ならば



対角線は中点で
交わる。



このことを

平行四辺形の
対角線は中点で交わる。

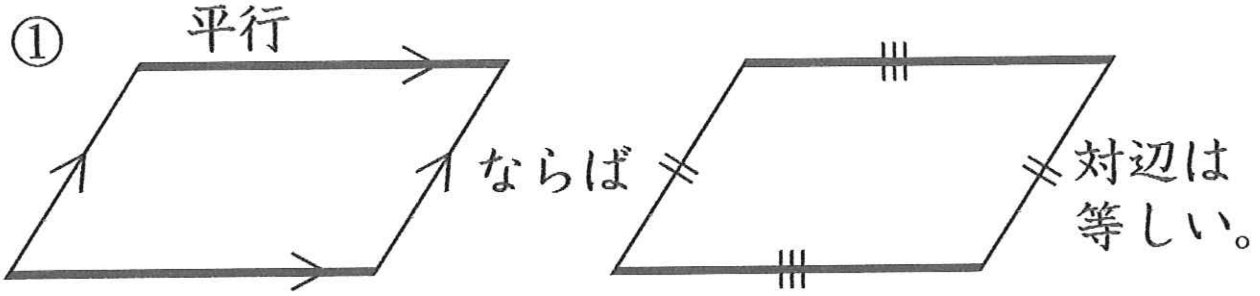
と言う。

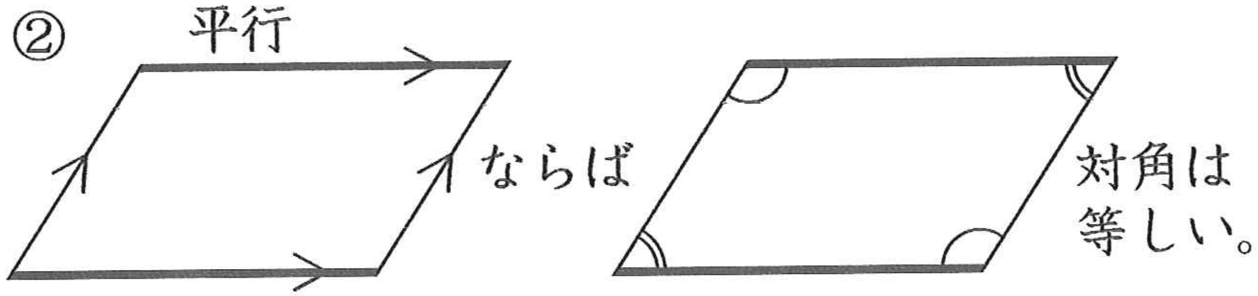
覚えて言いなさい。

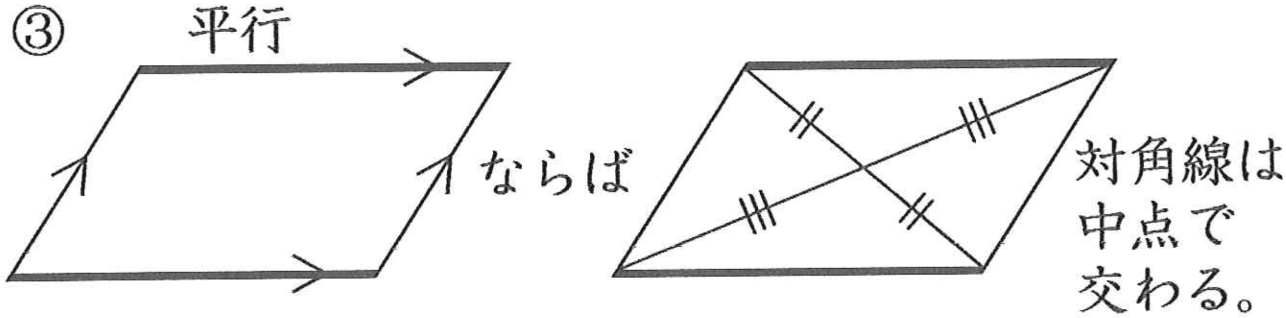
左側の文章を見て、右の文章に言い換えなさい。
右側の文章を見て、左の文章に言い換えなさい。

むかい合う辺が ２組とも平行な 四角形の むかい合う辺は ２組とも等しい。	平行四辺形の 対辺は それぞれ等しい。
むかい合う辺が ２組とも平行な 四角形の むかい合う角は ２組とも等しい。	平行四辺形の 対角は それぞれ等しい。
むかい合う辺が ２組とも平行な 四角形の ２本の対角線は お互いに 真ん中の点で交わる。	平行四辺形の 対角線は 中点で交わる。

四角形において、もし対辺が２組とも

①


②


③


上のことをふつう次のように言い表す。

平行四辺形　ならば　**対辺は等しい。**

平行四辺形　ならば　**対角は等しい。**

平行四辺形　ならば　**対角線は**
中点で交わる。

平行四辺形になる条件

を考える。

平行四辺形になる条件 1

むかいあう辺が ２組とも 平行な 四角形を 平行四辺形 と名づける。（と言う）

この[平行四辺形の定義]も
[平行四辺形になる条件]に数える習慣です。

定義 が

なる条件 と言うのも　いささか変ですが

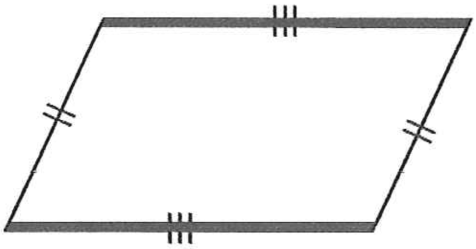
教科書にしたがって　これを

平行四辺形になる条件

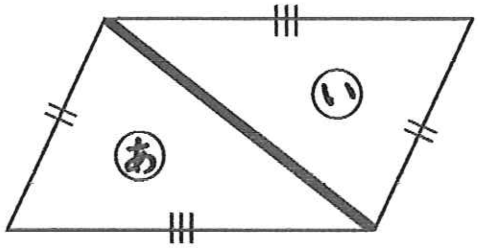
と呼ぶことにしましょう。

平行四辺形になる条件 2

四角形の
対辺が
2組とも等しいとき



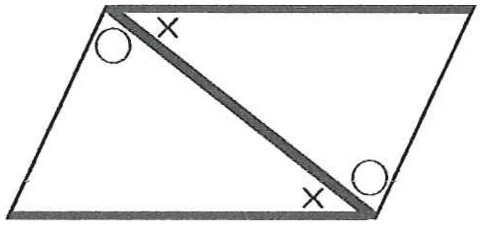
対角線を引くと



2つの三角形
あ と い は
対角線を共通な辺として

3つの辺が
それぞれ等しいので
合同であると言える。

それゆえ下図のように
対応する角が
等しい。



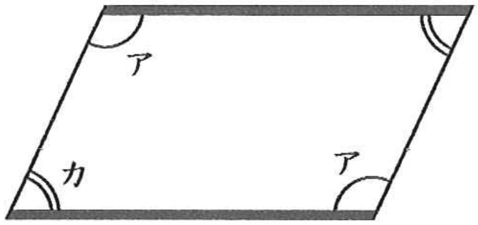
これは
錯角が
2組とも等しい
ことなので

対辺が
2組とも
平行であると言える。

すなわちこの四角形は
平行四辺形
である。

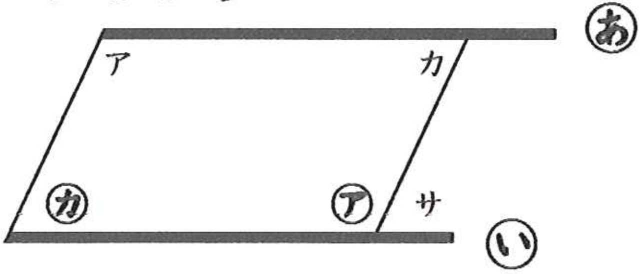
平行四辺形になる条件 3

四角形の
対角が
2組とも等しいとき



対辺は
2組とも平行である
と言える。

なぜなら



ア2つと
カ2つとの和は
360°
　　であるから
ア1つと
カ1つとの和は
180°

ア＋カ＝180°
ア＋サ＝180°だから
カ＝サ
カ＝サ

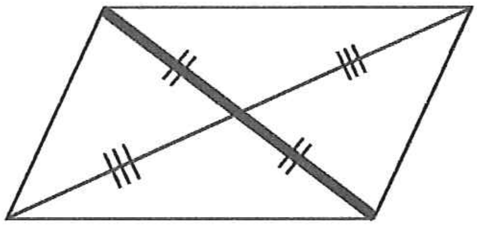
角カ＝角サ　すなわち
錯角が等しいので
あといは平行。

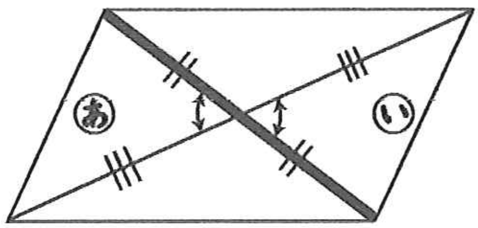
角カ＝角サ　すなわち
同位角が等しいので
残りの2辺も**平行。**

2組の対辺が平行
と言えたので
平行四辺形
である。

平行四辺形になる条件 4

四角形の
対角線が
互いに**中点**で**交わる**とき
２組の**合同**な**三角形**が
できる。

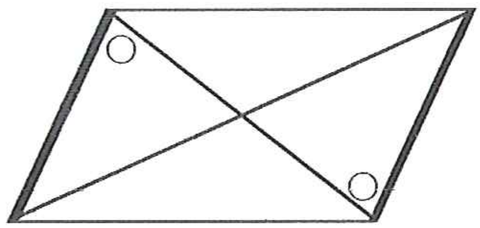




三角形 あ と い は
対頂角をはさむ
２辺が それぞれ等しい。

これは
三角形の合同条件
２辺とその間の角が
それぞれ等しい
にあてはまる。

合同であるから



対応する角が等しい。

これは
錯角が**等しい**
言えるので。

1 **太線**は**平行**
である。

残りの三角形２つも
合同だから

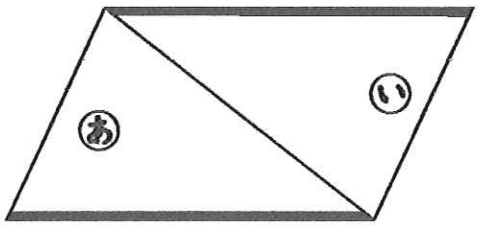
2 残りの２辺も**平行**
と言える。

対辺が
２組とも平行
と言えるので
これは
平行四辺形です。

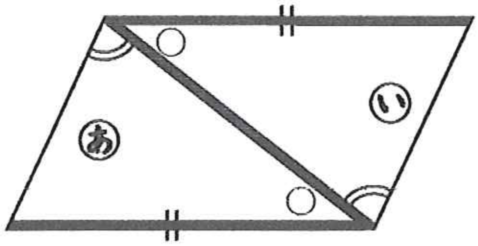
平行四辺形になる条件 5

四角形の
向かいあう１組の辺が
平行で**等しい**とき

対角線をひくと
２つの合同な**三角形**
に分れる。
と なぜ言えるか。



三角形 あ と い は



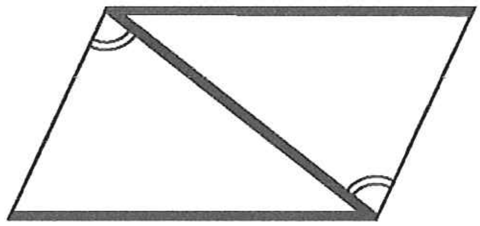
①**対角線**を**共通**にしている。

②**平行線**だから
錯角が**等しい**

③**対辺**が**等しい**
（もともとそう言っている。）

これは
２辺と
その間の角が
それぞれ等しい
ということだから
２つの三角形は
合同です。

さらに**合同だから**



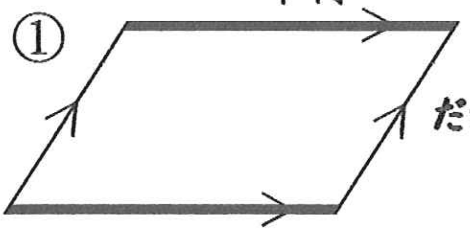
図のように
対応する角が
等しい。これは
錯角が
等しいことだから
対辺が平行。

２組の対辺が平行
と言えたので
この四角形は
平行四辺形です。

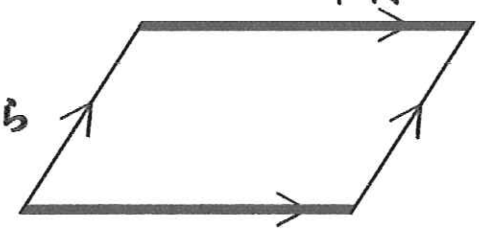
平行四辺形になる条件をまとめると次のとおり。

条件（仮定）　　　　**結論**
２組の対辺が平行

①　平行　　　　平行



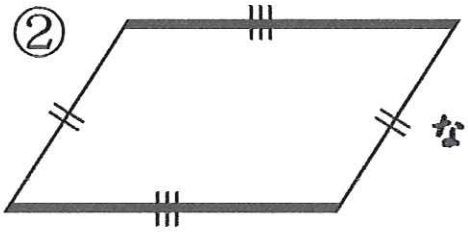
だから



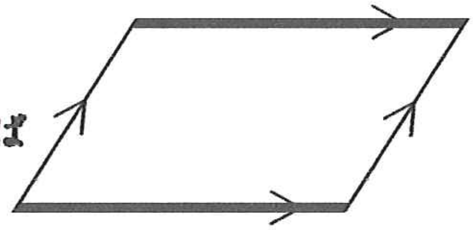
四角形の
対辺が２組とも平行
ならば

対辺は２組とも平行
トートロジーと言う
（同義反復）

②　対辺が等しい　　　　２組とも平行



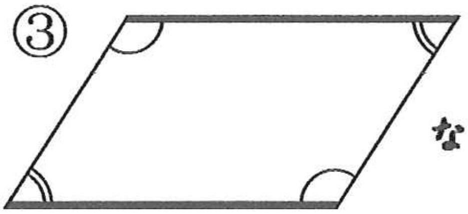
ならば



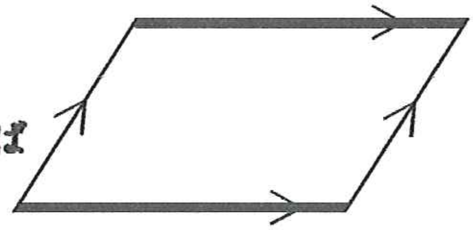
四角形の
対辺が２組とも等しい
ならば

対辺は２組とも平行

③　対角が等しい　　　　２組とも平行



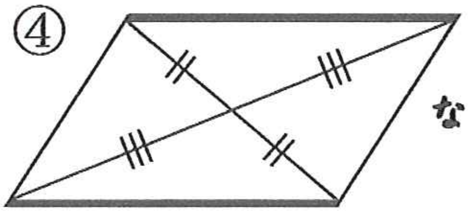
ならば



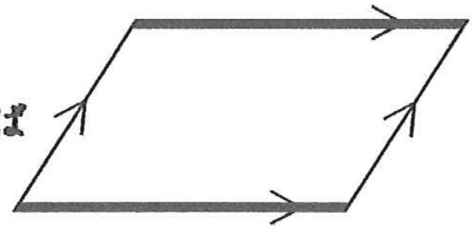
四角形の
対角が２組とも等しい
ならば

対辺は２組とも平行

④　対角線が中点で交わる　　　　２組とも平行



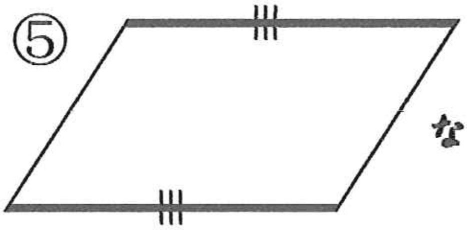
ならば



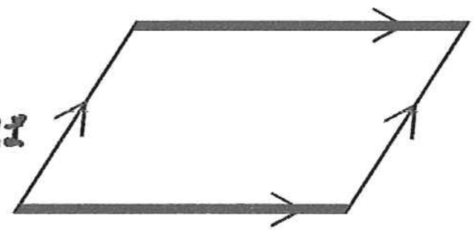
四角形の
対角線が中点で交わる
ならば

対辺は２組とも平行

⑤　１組の対辺が平行で等しい　　　　２組とも平行



ならば



四角形の
対角が平行で等しい
ならば

対辺は２組とも平行

平行四辺形になる条件

四角形において

1 **2組の対辺**が平行　ならば
(定義)

四角形の対辺は2組とも**平行**

2 **対辺**が2組とも等しい　ならば

四角形の対辺は2組とも**平行**

3 **対角**が2組とも等しい　ならば

四角形の対辺は2組とも**平行**

4 **対角線**が中点で交わる　ならば

四角形の対辺は2組とも**平行**

5 **1組の対辺**が平行で等しい　ならば

四角形の対辺は2組とも**平行**

四角形が平行四辺形になる条件

$\boxed{1}$ 定義	平行四辺形になる。
$\boxed{2}$ 対辺が２組とも等しいとき →	
$\boxed{3}$ 対角が２組とも等しいとき →	
$\boxed{4}$ 対角線が中点で交わるとき →	
$\boxed{5}$ １組(ひとくみ)の２対辺が平行で等しいとき →	

上の５つの 平行四辺形になる条件を

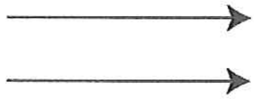
一気に言えるように練習しなさい。

［証明の流れ］

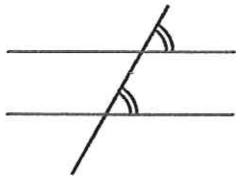
２組の対辺が平行な四角形を
平行四辺形と名づけている。（定義）

平行四辺形であることを
言明するためには
平行四辺形の定義の
２組の対辺が平行である
と言えればよい。

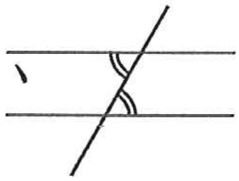
平行である。と言うためには



同位角が等しい。または



錯角が等しい。と言えばよい



そのために、しばしば
三角形の合同を
つかう。