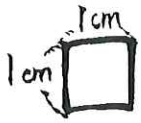
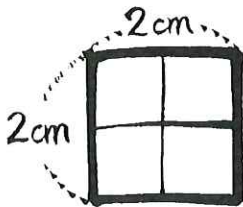


中3 平方根 Da-①

納得できるまでくりかえし読みなさい。



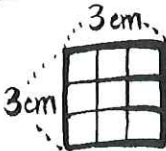
1辺が

1cmの
正方形の
面積を1平方センチメートル
と言います。**1 cm²**と表す。1辺が2cmの
正方形がある

図から明らかのように

4 cm²である
(2×2 として求める。)

同じように

1辺が3cmの
正方形の面積は
 3×3 として求めることができ
9 cm²である

さて、

1辺が1cmの正方形と
1辺が2cmの正方形、

すなわち

1 cm²の正方形と4 cm²の正方形との間に

1辺の長さは知らないが

2 cm²の正方形3 cm²の正方形が

あるはずである

それらの正方形の

1辺の長さを

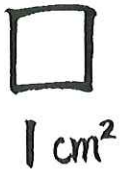
小数を使って

求めてみよう。

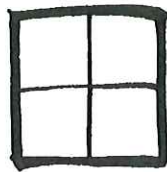
中3 平方根 Da-②

3-1-1 平方根入門-01

計算機を使って計算しながら読みなさい。



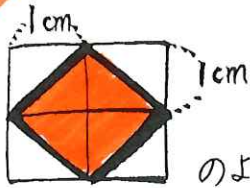
1 cm²



4 cm²

さいわい

2 cm²の正方形は



のように表すことができる。

2 cm²は

1 cm²と 4 cm²の間の大きさであるから

1辺の長さも

1 cmと 2 cmの間

にあるはずと考えられる。

計算機で計算してみよう。

2より

1.1 × 1.1 = 1.21 小さい小さい

1.2 × 1.2 = 1.44 小さい

1.3 × 1.3 = 1.69 まだ小さい

1.4 × 1.4 = 1.96 もう少し

1.5 × 1.5 = 2.25 こえてしまった、

ということは。

2 cm²の正方形の1辺の長さは

1.4 cmと 1.5 cmの間にあるはず。

1.41 × 1.41 = 1.9881

1.42 × 1.42 = 2.0164
おや、もうこえてしまった。

2 cm²の正方形の1辺は

1.41 cmと 1.42 cmとの間にあるはずですが。

1.411 × 1.411 = 1.990921

1.412 × 1.412 = 1.993744

1.413 × 1.413 = 1.996569

1.414 × 1.414 = 1.999396

1.415 × 1.415 = ... おや こえてしまった

2.002225

2cm²の正方形の1辺は
1.414cmと1.415cmとの
間にあるはずですが

$$1.4141 \times 1.4141 =$$

$$1.4142 \times 1.4142 = 1.99996164$$

$$1.4143 \times 1.4143 = 2.00024449$$

おやこえてしまった。

段々 2cm²に近づきます。
しかし、
ちょうど 2cm²になる数が
表れるとは思えません。
どうしましょう？

2cm²の正方形の1辺は
1.4142cmと
1.4143cmとの間に
あるはずですが。

式が少し長くなるので
短くするために
2乗の形にします。

$$1.41421^2 =$$

$$1.41422^2 =$$

おや超えてしまった

2cm²の正方形の1辺は
1.41421cmと
1.41422cmとの間に
あるはずですが。

$$1.414211^2 =$$

$$1.414212^2 =$$

$$1.414213^2 =$$

$$1.414214^2 =$$

おや2より大きくなってしまった

3cm²の正方形の1辺
5cm²の正方形の1辺を
同じ方法で調べなさい。

3 cm²の正方形の1辺



3 cm² は
1 cm² と 4 cm² の間の大きさ
であるから

1辺の長さは
1 cm と 2 cm の間にあるはず
と考えられる。

$$1.1^2 = 1.21$$

$$\vdots$$

$$1.7^2 = 2.89 \quad \text{もう少し}$$

$$1.8^2 = 3.24 \quad \text{こえた。}$$

1.7 cm と 1.8 cm の間

$$1.71^2 = \dots$$

$$1.72^2 = \dots$$

$$1.73^2 = 2.9929 \quad \text{もう少し}$$

$$1.74^2 = 3.0276 \quad \text{こえた。}$$

$$1.731^2 = \dots$$

$$1.732^2 = 2.999824 \quad \text{もう少し}$$

$$1.733^2 = 3.0003289 \quad \text{こえた。}$$

$$1.7321^2 = \dots \quad \text{こえた}$$

$$1.73201^2 = \dots$$

1.73205... cm

5 cm²の正方形の1辺

5 cm² は
1辺が 2 cm の正方形 (4 cm²) と
1辺が 3 cm の正方形 (9 cm²) との
間の大きさであるから

$$2.1^2 = 4.41$$

$$2.2^2 = 4.84$$

$$2.3^2 = 5.29$$

$$2.21^2 = 4.8841$$

$$2.22^2 = \dots$$

$$2.23^2 = 4.9729$$

$$2.24^2 = 5.0176$$

$$2.231^2 = \dots$$

$$2.232^2 = \dots$$

$$2.233^2 = \dots$$

$$2.234^2 = \dots$$

$$2.235^2 = \dots$$

$$2.236^2 = 4.999696$$

$$2.237^2 = 5.004169$$

2.2360679... cm

数字はいつまでも 続きそうです。
でも、それぞれ 1辺の長さは決まっているはずで、そこで、

先へすすむ前に
少し準備をします。

3を2倍すると6です。
それゆえ、
6は3の2倍です
と言います。

逆に このとき
3は6の半分であるとか、
3は6の2分の1である
と言います。

$3 \Rightarrow 6$

3から6をみるとき
6は **3の2倍**

逆に
6から3をみるとき
3は **6の2分の1**

5を2倍すると10です。
それゆえ
10は5の2倍 と言います。

逆に このとき
5は10の半分とか
5は10の2分の1と
言います。

↓

次の数字で上のようになさい。✖


ア $5 \Rightarrow 10$

イ $10 \Rightarrow 20$



ア. 5から10を見るとき、
10は5の2倍。
逆に
10から5をみるとき
5は10の2分の1

イ. 10から20をみるとき、
20は10の2倍。
逆に
20から10をみるとき
10は20の2分の1。



 2 を **2回かける** ことを
 2×2 と表します。


 また
 2 の **2乗** とか
 2 の **平方** と言
 2^2 とも表します。



$2 \rightarrow 4$

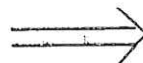
 2 から 4 を見るとき 4 のことを
 2 の **2乗** とか
 2 の **平方** と言います。

 では
 4 から 2 を見るとき
 2 を 4 の **何** と呼ぼうか。



 3 を **2回かける** ことを
 3×3 と表します。

 3 の **2乗** とか
 3 の **平方** と言
 3^2 とも表します。



$3 \rightarrow 9$

 3 から 9 を見るとき
 9 のことを
 3 の **2乗** とか
 3 の **平方** と言います。

 では
 9 から 3 を見るとき
 3 を 9 の **何**
 と呼びましょうか。

平方根 Da-5-③

3の2乗が9
3の平方が9

では、

9からみて
3のことを
どう呼ぼうか。

もちろん

9という数字は使いたい。

2乗して9
平方して9 だから

2乗 とか
平方 という言葉
を使いたい

9は3から作られた数
という感じがします。

3は9の元 という感じが
します。

それで

元 という意味で
根 という言葉を使うこと
になりました。

3は 9の2乗根 であるとか
3は 9の平方根 である
ということになりました。 ✖

平方
4の2乗が16だから
4は 16の2乗根 とか
16の平方根 と言います。

5の平方が25
5は 25の平方根 とか
25の2乗根 と言います。

9の平方根を $\sqrt{9}$ と表し
ルート9 と読みます。

16の平方根を $\sqrt{16}$ と表し
ルート16 と読みます。

25の平方根 $\sqrt{25}$ と表し
ルート25 と読みます。

✖ 負の数については
あとで述べます。

2の2乗が4

2の平方が4

では、

4からみて

2のことを
どう呼ぼうか、

もちろん

4 という数字は使いたい。

2乗して4

平方して4 だから。

2乗 とか

平方 という言葉を
使いたい

4は 2から作られた数

という感じがします。

2は 4の元もと という感じが
します。

それで

元 という意味で

根 という言葉を使うこと
になりました。

2は 4の2乗根 であるとか

2は 4の平方根 である

ということになりました。

3の^{平方}2乗が9 だから

9は 3の2乗根 とか

3 **9** の平方根 といいます。

5の平方が25 だから

5は 25の平方根 とか

25の2乗根 といいます。

9の平方根を $\sqrt{9}$ と表し
ルート9 と読みます。

16の平方根を $\sqrt{16}$ と表し
ルート16 と読みます。

25の平方根 $\sqrt{25}$ と表し
ルート25 と読みます。

くりかえします。

面積が2の
正方形の1辺の長さは
小数では
正確に表せませんでした。

分らんと言うことです。
☒から明らかのように
でも決まった長さ
のはずです。
何とか表したい！
ですネ。

① 2回かけることを
平方 と言うので
それも使いたい。

ということで

2回かけて**2**になる数を
2の平方根と呼ぶこと
になりました。
* ことに

左の式は、次のように表せます。

$$\boxed{2\text{の平方根}} \times \boxed{2\text{の平方根}} = 2$$


しかし、いつもこう表すのは
めんどうなので

$$\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2 \quad *$$

[ルート2]と読む。

と表すことになりました。

「O.K.？」



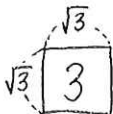
$\square \times \square = 2$ の
何と呼ぼうか。
 \square をどう表そうか。

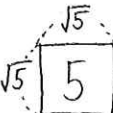
かけて**2**になる
のだから

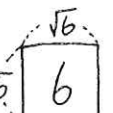
② **2** という数字は使いたい。


* $(-\sqrt{2}) \times (-\sqrt{2})$ も 2 になるので
2の平方根は $\sqrt{2}$ と $-\sqrt{2}$ の 2つあるのですが
これはまた後のことにして。


同じように

$\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$ 

$\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$ 

$\sqrt{6} \times \sqrt{6} = 6$ 

$\sqrt{7} \times \sqrt{7} =$ 

$\sqrt{8} \times \sqrt{8} =$ 

です。

左と同じような意味の
式と図を
いくつか書きなさい。

上の式と図を写しなさい。

平方根
~その意味~

Da-7-①

同じように

$\sqrt{4} \times \sqrt{4} = 4$
です。

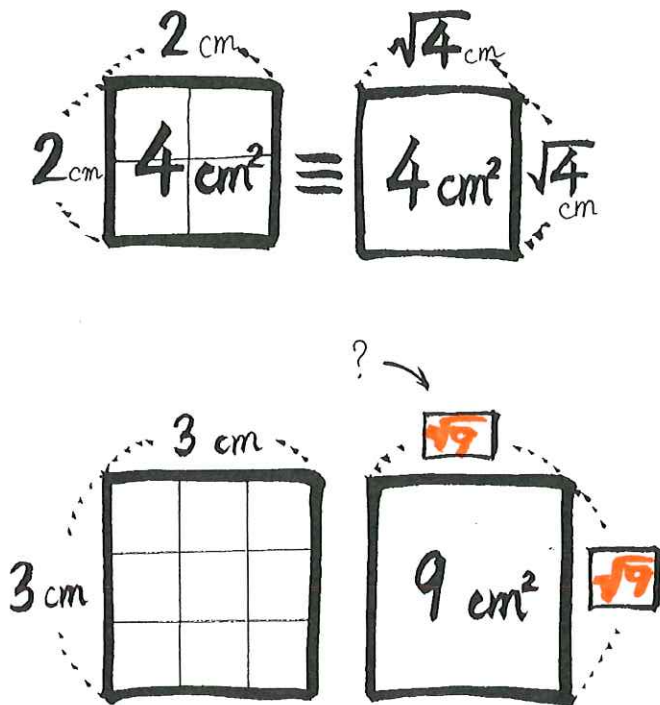
一方
 $2 \times 2 = 4$
ですから

$\sqrt{4} = 2$
が明らかです。

新しく考えだされた
平方根 4 ($\sqrt{4}$) は、
今まで使ってきた 2 と
等しい大きさを表す。
ということがわかります。

同じことが
次の数などについても
いえます。

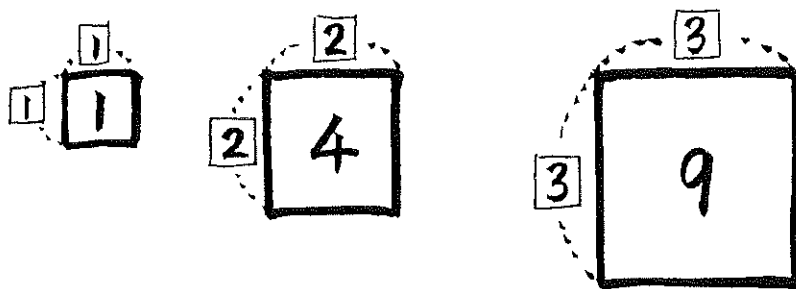
上のことを
下の図ですしめなさい。



$\sqrt{9} \times \sqrt{9} = 9$
 $3 \times 3 = 9$
それゆえ
 $\sqrt{9} = 3$

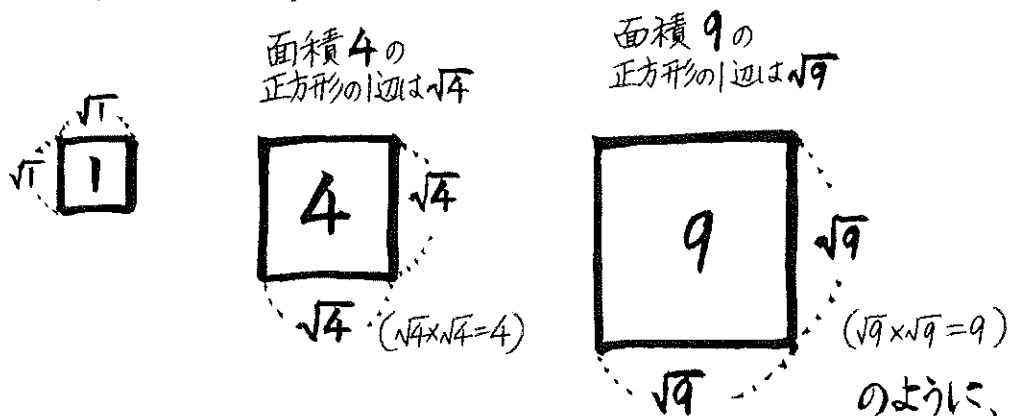
$\sqrt{16} \times \sqrt{16} = 16$
 $4 \times 4 = 16$
それゆえ
 $\sqrt{16} = 4$

(ア)



面積の与えられた正方形の1辺は
上記のように表されます。が、
平方根を学んでからは、

(イ)



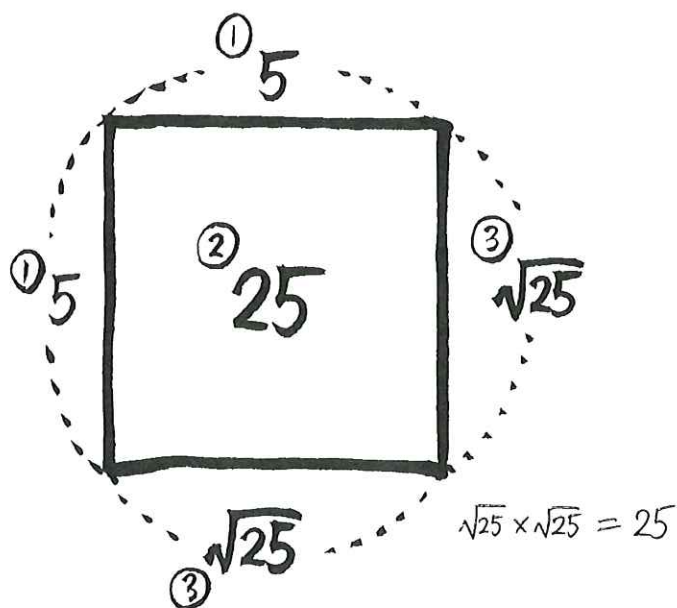
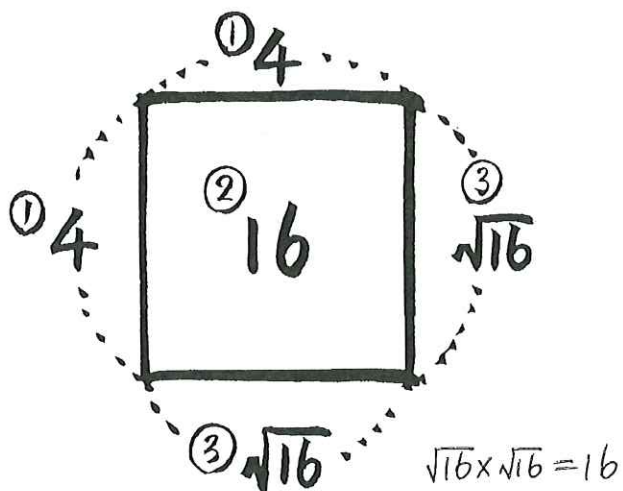
平方根号を使って表すこともできます。

上の図と下の図を見比べれば、明らかに
(ア) (イ)

$$\sqrt{1} = 1,$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{9} = 3 \text{ です。}$$

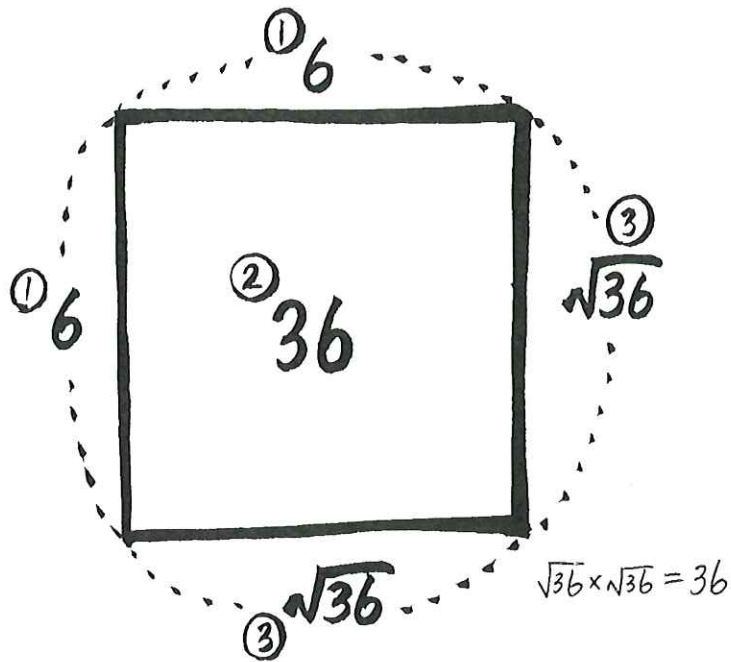


$$2 = \sqrt{4}$$

$$4 = \sqrt{16}$$

$$3 = \sqrt{9}$$

$$5 = \sqrt{25}$$



$$2 = \sqrt{4}$$

$$3 = \sqrt{9}$$

$$4 = \sqrt{16}$$

$$5 = \sqrt{25}$$

$$6 = \sqrt{36}$$

$$7 = \sqrt{49}$$


$$8 = \sqrt{64}$$


$$9 = \sqrt{81}$$

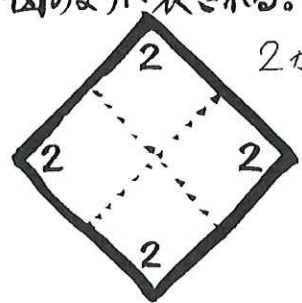
$$10 = \sqrt{100}$$

$$11 = \sqrt{121}$$

$$12 = \sqrt{144}$$

この正方形の面積を1とすると、
 これは  1 の面積です。
 そして面積が 2 の正方形の1辺の長さは $\sqrt{2}$ と表す約束でした。

ア)  この正方形の辺の長さを2倍にすると、

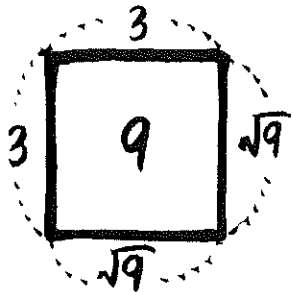
下図のように表される。正方形ができる。
 1)  2 が4つ。だから面積は 8 。

面積が 8 の正方形の1辺は、定義により $\sqrt{8}$ です。
 ウ)  と表す約束

ア、イ、ウのことを一つの図に表すと、
 $\sqrt{2} \times 2$

$\sqrt{2} \times 2 = \sqrt{8}$ であることは図から明らかだ。

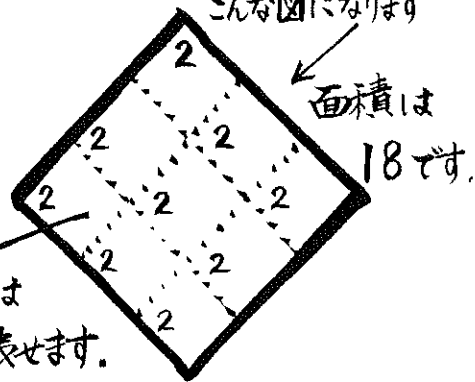
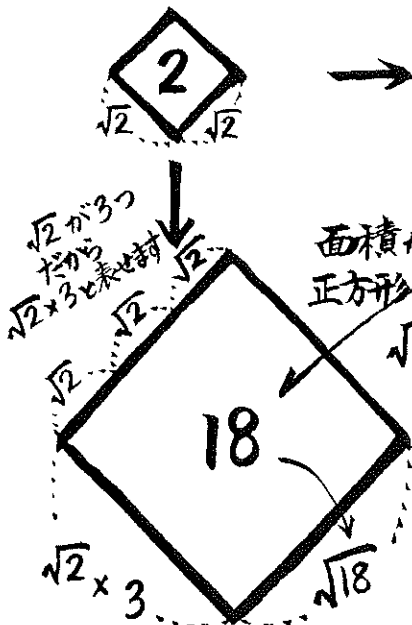
1辺が3の正方形の面積は9。面積が9の正方形の1辺は $\sqrt{9}$ とも表せます。



それゆえ
 $3 = \sqrt{9}$

面積が2の正方形の1辺は $\sqrt{2}$ 。1辺を3倍すると

こんな図になります



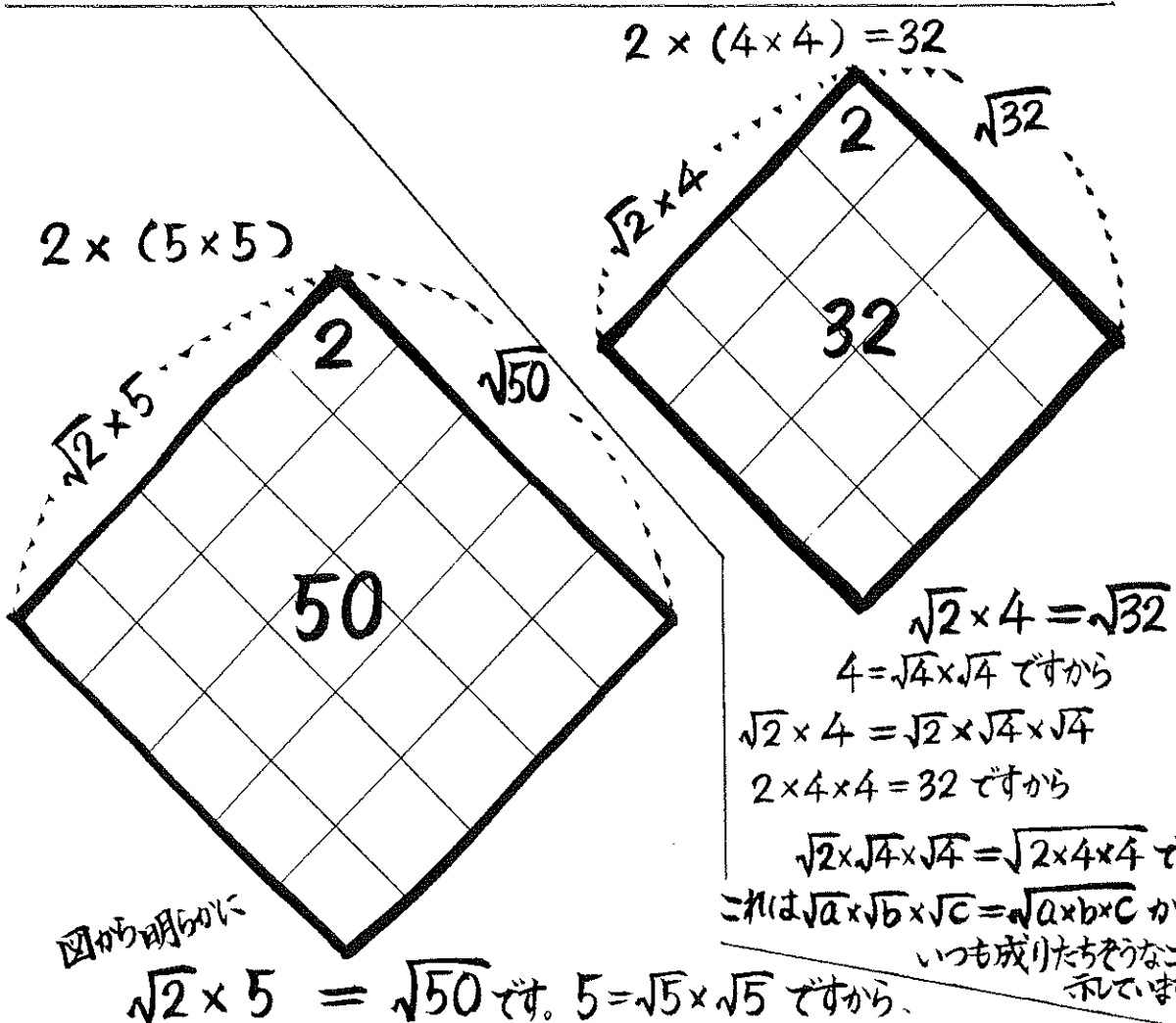
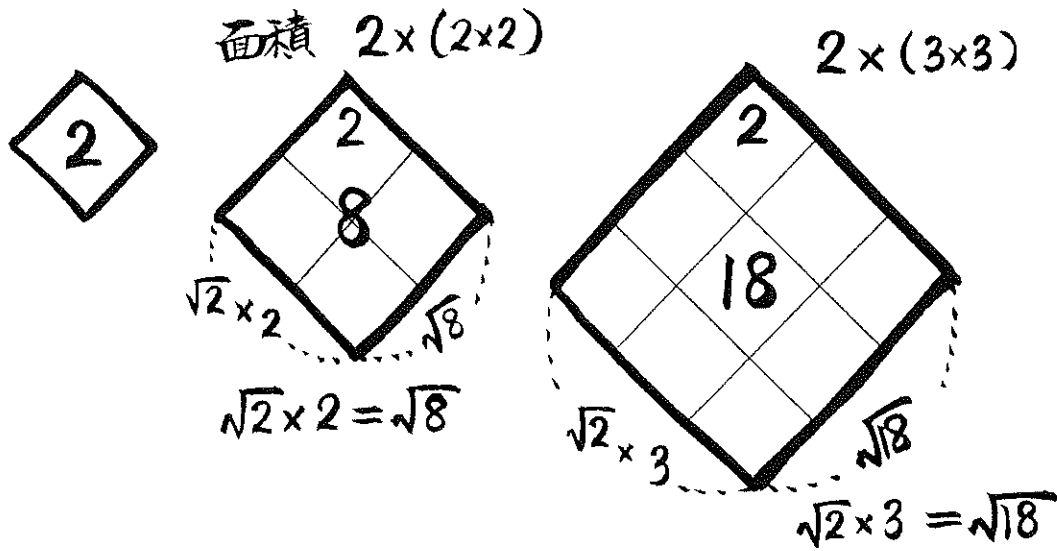
面積が18の正方形の1辺は $\sqrt{18}$ とも表せます。

$\sqrt{2} \times 3 = \sqrt{18}$
 であることは
 左の図から明らかです。

$3 = \sqrt{9}$ ですから

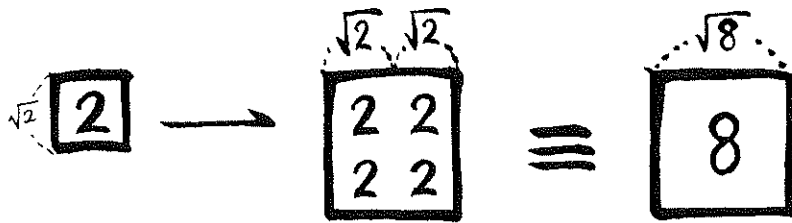
$\sqrt{2} \times 3 = \sqrt{18}$
 $= \sqrt{2} \times \sqrt{9} = \sqrt{18}$ このことは、

$\sqrt{2} \times \sqrt{9} = \sqrt{2 \times 9}$ であることを推測
 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ させます。
 のようです。



図から明らかに
 $\sqrt{2} \times 5 = \sqrt{50}$ です。 $5 = \sqrt{5} \times \sqrt{5}$ ですから。
 $\sqrt{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} = \sqrt{50}$ とすると、

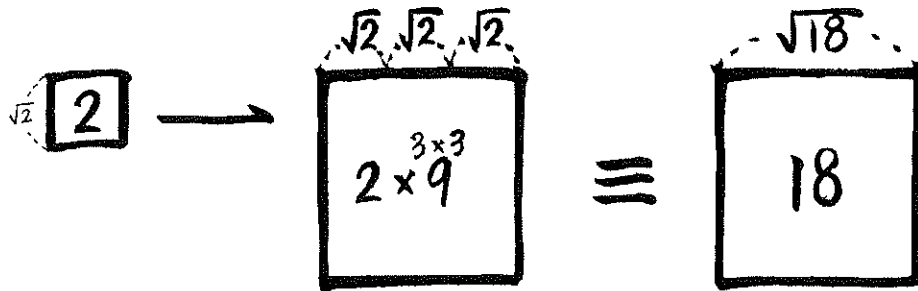
$\sqrt{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5}$ は $\sqrt{2 \times 5 \times 5}$ と表せるようです。
 これは $\sqrt{a} \times \sqrt{b} \times \sqrt{c} = \sqrt{a \times b \times c}$ がいつも成り立つことを
 示しているようです。



$$\sqrt{2} \times 2 = \sqrt{8}$$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{4} = \sqrt{8}$$

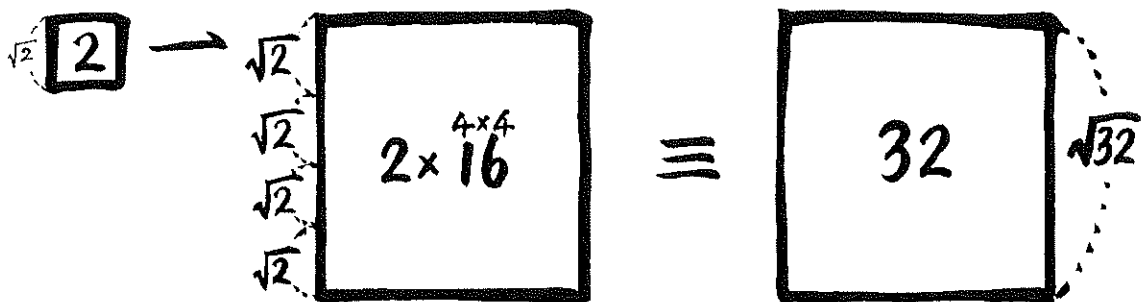
よって $\sqrt{2} \times \sqrt{4} = \sqrt{2 \times 4}$



$$\sqrt{2} \times 3 = \sqrt{18}$$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{9} = \sqrt{18}$$

ゆえに $\sqrt{2} \times \sqrt{9} = \sqrt{2 \times 9}$



$$\left. \begin{aligned} \sqrt{2} \times 4 &= \sqrt{32} \\ \sqrt{2} \times \sqrt{16} &= \sqrt{32} \end{aligned} \right\} \text{よって } \sqrt{2} \times \sqrt{16} = \sqrt{2 \times 16}$$

$$\begin{array}{c} \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{array} \boxed{2} \quad \sqrt{2} \times 2 \quad \begin{array}{c} \sqrt{2} \quad \sqrt{2} \\ \boxed{2 \quad 2} \\ \sqrt{2} + \sqrt{2} \end{array} \quad \equiv \quad \begin{array}{c} \sqrt{8} \\ \boxed{8} \\ \sqrt{8} \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{2} \times 2 = \sqrt{8}$$

$$\begin{array}{c} \sqrt{3} \\ \sqrt{3} \end{array} \boxed{3} \quad \sqrt{3} \times 2 \quad \begin{array}{c} \sqrt{3} \quad \sqrt{3} \\ \boxed{3 \quad 3} \\ \sqrt{3} + \sqrt{3} \end{array} \quad \equiv \quad \begin{array}{c} \sqrt{12} \\ \boxed{12} \\ \sqrt{12} \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{3} \times 2 = \sqrt{12}$$

$$\begin{array}{c} \sqrt{5} \\ \sqrt{5} \end{array} \boxed{5} \quad \sqrt{5} \times 2 \quad \begin{array}{c} \sqrt{5} \quad \sqrt{5} \\ \boxed{5 \quad 5} \\ \sqrt{5} + \sqrt{5} \end{array} \quad \equiv \quad \begin{array}{c} \sqrt{20} \\ \boxed{20} \\ \sqrt{20} \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{5} \times 2 = \sqrt{20}$$

2 = $\sqrt{4}$ を代入すると。(P.参照)

$$\sqrt{2} \times 2 = \sqrt{8}$$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{4} = \sqrt{8}$$

$$\sqrt{3} \times 2 = \sqrt{12}$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{4} = \sqrt{12}$$

$$\sqrt{5} \times 2 = \sqrt{20}$$

$$\sqrt{5} \times \sqrt{4} = \sqrt{20}$$

全て成り立つ。

$$\sqrt{2} \boxed{2} \quad \sqrt{2} \times 3 \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline \sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \hline 2 & 2 & 2 \\ \hline 2 & 2 & 2 \\ \hline 2 & 2 & 2 \\ \hline \sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \hline \end{array} \quad \equiv \quad \begin{array}{|c|} \hline \sqrt{18} \\ \hline 18 \\ \hline \sqrt{18} \\ \hline \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{2} \times 3 = \sqrt{18}$$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{9} = \sqrt{18}$$

$3 = \sqrt{9}$
(参照)

$$\sqrt{3} \boxed{3} \quad \sqrt{3} \times 3 \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline \sqrt{3} & \sqrt{3} & \sqrt{3} \\ \hline 3 & 3 & 3 \\ \hline 3 & 3 & 3 \\ \hline 3 & 3 & 3 \\ \hline \sqrt{3} & \sqrt{3} & \sqrt{3} \\ \hline \end{array} \quad \equiv \quad \begin{array}{|c|} \hline \sqrt{27} \\ \hline 27 \\ \hline \sqrt{27} \\ \hline \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{3} \times 3 = \sqrt{27}$$

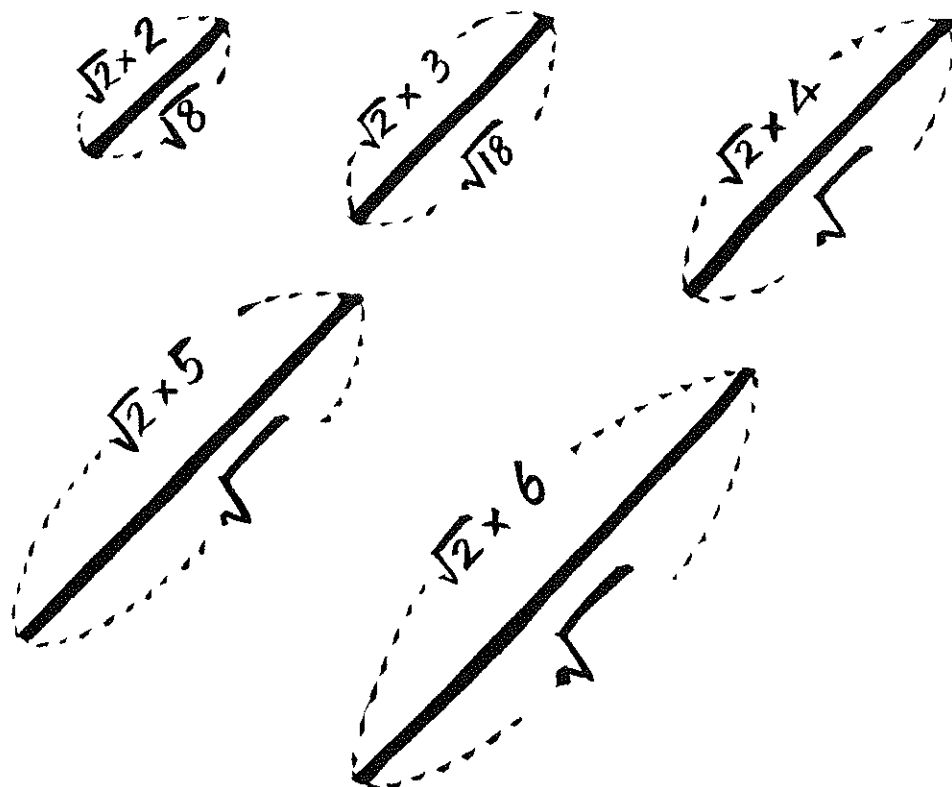
$$\sqrt{3} \times \sqrt{9} = \sqrt{27}$$

$$\sqrt{5} \boxed{5} \quad \sqrt{5} \times 3 \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline \sqrt{5} & \sqrt{5} & \sqrt{5} \\ \hline 5 & 5 & 5 \\ \hline 5 & 5 & 5 \\ \hline 5 & 5 & 5 \\ \hline \sqrt{5} & \sqrt{5} & \sqrt{5} \\ \hline \end{array} \quad \equiv \quad \begin{array}{|c|} \hline \sqrt{45} \\ \hline 45 \\ \hline \sqrt{45} \\ \hline \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{5} \times 3 = \sqrt{45}$$

$$\sqrt{5} \times \sqrt{9} = \sqrt{45}$$

次の $\sqrt{2}$ の n 倍の長さを $\sqrt{\quad}$ の形に表しなさい。



上記の問題の考え方は以下の通り。

$$\begin{aligned} & \sqrt{2} \times 2 \\ = & \sqrt{2} \times \sqrt{4} \\ = & \sqrt{2 \times 4} \\ = & \sqrt{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{2} \times 3 \\ = & \sqrt{2} \times \sqrt{9} \\ = & \sqrt{2 \times 9} \\ = & \sqrt{18} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{2} \times 4 \\ = & \sqrt{2} \times \sqrt{16} \\ = & \sqrt{2 \times 16} \\ = & \sqrt{32} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{2} \times 5 \\ = & \sqrt{2} \times \sqrt{25} \\ = & \sqrt{2 \times 25} \\ = & \sqrt{50} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{2} \times 6 \\ = & \sqrt{2} \times \sqrt{36} \\ = & \sqrt{2 \times 36} \\ = & \sqrt{72} \end{aligned}$$

$\sqrt{2}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{18}$	$\sqrt{32}$
①	②	③	④
$\sqrt{50}$	$\sqrt{72}$	$\sqrt{98}$	
⑤	⑥	⑦	

$$\sqrt{4} \times \sqrt{4} = 4$$

$$2^2 = 4$$

$$2 \times 2 = 4 \text{ です。}$$

全て4ですから
左辺どうしも等しいので。

$$\sqrt{4} \times \sqrt{4} = 2^2 = 2 \times 2$$

と表せます

それぞれの平方根_※をとって

$$\sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$$

である。

左にならって 次の文を完成
させなさい。

$$\sqrt{9} \times \sqrt{9} = [9]$$

$$3^2 = [9]$$

$$3 \times 3 = [9] \text{ です。}$$

全て [9] ですから
[左辺] どうしも等しいので

$$\sqrt{9} \times \sqrt{9} = 3^2 = 3 \times 3$$

と表せます

それぞれの [] をとって_※

$$\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$$

である。

[注] “平方根”には、負の数もあるので注意が必要なのですが、ここでは学習なので……。

2×2の(正の)平方根は2

$\sqrt{4} \times \sqrt{4}$ の(正の)平方根_※は $\sqrt{4}$

2^2 の(正の)平方根は $\sqrt{2^2}$
と表せる。

3×3の(正の)平方根_※は [3]

$\sqrt{9} \times \sqrt{9}$ の(正の)平方根_※は [$\sqrt{9}$]

3^2 の(正の)平方根_※は [$\sqrt{3^2}$]
と表せる。

平方根 Da-

月 日 ^{なまえ}

理解できるまで、くりかえし読みなさい。

$$2 \times 2 = 4$$

$$\sqrt{4} \times \sqrt{4} = 4$$

$$2^2 = 4$$

だから

$$2 = \sqrt{4} = \sqrt{2^2}$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$\sqrt{9} \times \sqrt{9} = 9$$

$$3^2 = 9$$

だから

$$3 = \sqrt{9} = \sqrt{3^2}$$

$$2 = \sqrt{4} = \sqrt{2^2}$$

だから

$$2 = \sqrt{2^2}$$

$$3 = \sqrt{9} = \sqrt{3^2}$$

だから

$$3 = \sqrt{3^2}$$

$$2 = \sqrt{2^2}$$

だから

$$\sqrt{2^2} = 2$$

$$3 = \sqrt{3^2}$$

だから

$$\sqrt{3^2} = 3$$



$$\sqrt{4} \Rightarrow \sqrt{2^2} \Rightarrow 2$$



$$\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$$

18-③

平方根

目標 $\sqrt{A^2} = A$

おぼえて言いなさい。

$\left. \begin{array}{l} \sqrt{4} \times \sqrt{4} = 4 \\ 2 \times 2 = 4 \\ 2^2 = 4 \end{array} \right\} \text{だから} \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{4} = 2 \\ \sqrt{2^2} = 2 \end{array} \right.$
$\left. \begin{array}{l} \sqrt{9} \times \sqrt{9} = 9 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 3^2 = 9 \end{array} \right\} \text{だから} \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{9} = 3 \\ \sqrt{3^2} = 3 \end{array} \right.$
$\left. \begin{array}{l} \sqrt{16} \times \sqrt{16} = 16 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 4^2 = 16 \end{array} \right\} \text{だから} \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{16} = 4 \\ \sqrt{4^2} = 4 \end{array} \right.$
$\left. \begin{array}{l} \sqrt{25} \times \sqrt{25} = 25 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 5^2 = 25 \end{array} \right\} \text{だから} \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{25} = 5 \\ \sqrt{5^2} = 5 \end{array} \right.$

写しなさい。✳

$$\sqrt{a^2} = a$$

$$\sqrt{3^2} = (3)$$

$$\sqrt{b^2} = b$$

$$\sqrt{5^2} = (5)$$

$$\sqrt{a^2} = (a)$$

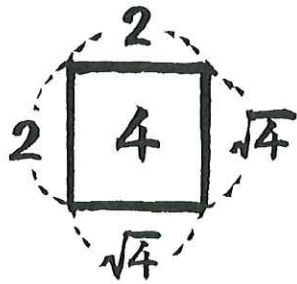
$$\sqrt{A^2} = A$$

$$\sqrt{A^2} = (A)$$

$$\sqrt{B^2} = B$$

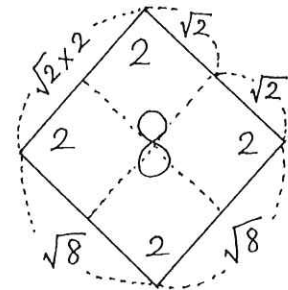
✳ ただし 文字は全て
正の数とする。

1辺が2の正方形の面積は4。また面積が4の正方形の辺は $\sqrt{4}$ とも表せます。



それゆえ、

$$2 = \sqrt{4} \text{ です。}$$



さきほどの図から (右の図と同じ)

$$\begin{aligned} \sqrt{2} \times 2 &\Rightarrow \sqrt{8} \text{ でした。} \\ &\quad \begin{array}{c} \swarrow \downarrow \\ 2 = \sqrt{4} \text{ ですから} \end{array} \\ = \sqrt{2} \times \sqrt{4} &= \sqrt{8} \end{aligned}$$

$\sqrt{2} \times \sqrt{4}$ が $\sqrt{8}$ であることは

$$\sqrt{2} \times \sqrt{4} = \sqrt{2 \times 4}$$

を推測させます。

すなわち

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b} \text{ のようです。}$$

注意 $\sqrt{2} + \sqrt{4}$ は $\sqrt{2+4}$ ではありません。

覚えて言いなさい。左のことから右のことが言える。

$\sqrt{4} = 2$ $\sqrt{9} = 3$ $\sqrt{36} = 6$	→	$\sqrt{4} \times \sqrt{9} = 2 \times 3 = 6$ $6 = \sqrt{36} = \sqrt{4 \times 9}$ <p style="text-align: center; font-size: small;">上記により</p> $\sqrt{4} \times \sqrt{9} = \sqrt{4 \times 9}$
---	---	---

$\sqrt{4} = 2$ $\sqrt{16} = 4$ $\sqrt{64} = 8$	→	$\sqrt{4} \times \sqrt{16} = 2 \times 4 = 8$ $8 = \sqrt{64} = \sqrt{4 \times 16}$ <p style="text-align: center; font-size: small;">上記により</p> $\sqrt{4} \times \sqrt{16} = \sqrt{4 \times 16}$
--	---	---

$\sqrt{4} = 2$ $\sqrt{25} = 5$ $\sqrt{100} = 10$	→	$\sqrt{4} \times \sqrt{25} = 2 \times 5 = 10$ $10 = \sqrt{100} = \sqrt{4 \times 25}$ <p style="text-align: center; font-size: small;">上記により</p> $\sqrt{4} \times \sqrt{25} = \sqrt{4 \times 25}$
--	---	--

上のことから

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$

$$\sqrt{x} \times \sqrt{y} = \sqrt{x \times y}$$

と想像される。

ちょっと準備します。
次の数をおぼえて言いなさい。

$$2^2 \times 2 = 8$$

$$2^2 \times 3 = 12$$

$$2^2 \times 5 = 20$$

$$2^2 \times 6 = 24$$

$$2^2 \times 7 = 28$$

$$2^2 \times 10 = 40$$

$$3^2 \times 2 = 18$$

$$3^2 \times 3 = 27$$

$$3^2 \times 5 = 45$$

$$3^2 \times 6 = 54$$

$$3^2 \times 7 = 63$$

$$3^2 \times 10 = 90$$

無理数計算Qに
よく使われる数

$$4^2 \times 2 = 32$$

$$4^2 \times 3 = 48$$

$$5^2 \times 2 = 50$$

$$5^2 \times 3 = 75$$

$$6^2 \times 2 = 72$$

$$7^2 \times 2 = 98$$

前のページを参考にして

次の□にあたる数を速やかに言えるように練習しなさい。

$$8 = \square^2 \times \square$$

$$32 = \square^2 \times \square$$

$$12 = \square^2 \times \square$$

$$48 = \square^2 \times \square$$

$$20 = \square^2 \times \square$$

$$50 = \square^2 \times \square$$

$$24 = \square^2 \times \square$$

$$75 = \square^2 \times \square$$

$$28 = \square^2 \times \square$$

$$40 = \square^2 \times \square$$

$$72 = \square^2 \times \square$$

$$18 = \square^2 \times \square$$

$$98 = \square^2 \times \square$$

$$27 = \square^2 \times \square$$

$$45 = \square^2 \times \square$$

$$54 = \square^2 \times \square$$

$$63 = \square^2 \times \square$$

$$90 = \square^2 \times \square$$

カードにして
ランダムな順で
速やかに言えるように
練習しなさい。

速やかに言えるように練習しなさい。

$$2\sqrt{2} = \sqrt{2^2 \times 2} = \sqrt{8}$$

$$3\sqrt{2} = \sqrt{\quad \times}$$

$$2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{12}$$

$$3\sqrt{3} = \sqrt{\quad \times}$$

$$2\sqrt{5} = \sqrt{2^2 \times 5} = \sqrt{20}$$

$$3\sqrt{5} = \sqrt{\quad \times}$$

$$2\sqrt{6} = \sqrt{2^2 \times 6} = \sqrt{24}$$

$$3\sqrt{6} = \sqrt{\quad \times}$$

$$2\sqrt{7} = \sqrt{2^2 \times 7} = \sqrt{28}$$

$$3\sqrt{7} = \sqrt{\quad \times}$$

$$2\sqrt{10} = \sqrt{2^2 \times 10} = \sqrt{40}$$

$$3\sqrt{10} = \sqrt{\quad \times}$$

$$\begin{aligned} 4\sqrt{2} \\ &= \sqrt{4^2 \times 2} \\ &= \sqrt{32} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5\sqrt{2} \\ &= \sqrt{5^2 \times 2} \\ &= \sqrt{50} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6\sqrt{2} \\ &= \sqrt{6^2 \times 2} \\ &= \sqrt{72} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4\sqrt{3} \\ &= \sqrt{4^2 \times 3} \\ &= \sqrt{48} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5\sqrt{3} \\ &= \sqrt{5^2 \times 3} \\ &= \sqrt{75} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7\sqrt{2} \\ &= \sqrt{7^2 \times 2} \\ &= \sqrt{98} \end{aligned}$$

下にある全ての数式の変化を見ずに書きなさい。

$$2\sqrt{2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{8}$$

$$3\sqrt{2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{18}$$

$$4\sqrt{2} = \sqrt{16} \times \sqrt{2} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{32}$$

$$5\sqrt{2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{50}$$

$$6\sqrt{2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{72}$$

$$7\sqrt{2} = \sqrt{49} \times \sqrt{2} = \sqrt{49 \times 2} = \sqrt{98}$$

$$2\sqrt{3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{12}$$

$$3\sqrt{3} = \sqrt{9} \times \sqrt{3} = \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{27}$$

$$4\sqrt{3} = \sqrt{16} \times \sqrt{3} = \sqrt{16 \times 3} = \sqrt{48}$$

$$5\sqrt{3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{75}$$

この数字を
覚えて言いなさい。

速やかに言えるように練習しなさい。

$a\sqrt{b}$ の形にしなさい。

$$2\sqrt{2} = \sqrt{8} \leftrightarrow \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{3} =$$

$$\sqrt{12} =$$

$$2\sqrt{5} =$$

$$\sqrt{20} =$$

$$2\sqrt{6} =$$

$$\sqrt{24} =$$

$$2\sqrt{7} =$$

$$\sqrt{28} =$$

$$2\sqrt{10} =$$

$$\sqrt{40} =$$

$$3\sqrt{2} =$$

$$\sqrt{18} =$$

$$3\sqrt{3} =$$

$$\sqrt{27} =$$

$$3\sqrt{5} =$$

$$\sqrt{45} =$$

$$3\sqrt{6} =$$

$$\sqrt{54} =$$

$$3\sqrt{7} =$$

$$\sqrt{63} =$$

$$3\sqrt{10} =$$

$$\sqrt{90} =$$

別表を参考にして根号の中をかんとんにしなさい。

$$\sqrt{8} =$$

$$\sqrt{63} =$$

$$\sqrt{12} =$$

$$\sqrt{90} =$$

$$\sqrt{20} =$$

$$\sqrt{32} =$$

$$\sqrt{24} =$$

$$\sqrt{48} =$$

$$\sqrt{28} =$$

$$\sqrt{50} =$$

$$\sqrt{40} =$$

$$\sqrt{75} =$$

$$\sqrt{18} =$$

$$\sqrt{72} =$$

$$\sqrt{27} =$$

$$\sqrt{98} =$$

$$\sqrt{45} =$$

$$\sqrt{54} =$$

$a + a$ は
 a の2倍ゆえ
 $2a$
 と表します。

$a + a + a$ は
 a の3倍ゆえ
 $3a$
 と表します。

$$\begin{aligned} & \sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} \\ &= (\sqrt{2}) \times 3 \\ &= (3\sqrt{2}) \end{aligned}$$

↓

$\sqrt{3} + \sqrt{3}$ も
 $\sqrt{3}$ の2倍ゆえ
 $2\sqrt{3}$ と表します。

$$\begin{aligned} & \sqrt{3} + \sqrt{3} \\ &= (\sqrt{3}) \times 2 \\ &= (2\sqrt{3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{3} \\ &= (\sqrt{3}) \times 4 \\ &= (4\sqrt{3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{5} + \sqrt{5} \\ &= (\sqrt{5}) \times 2 \\ &= (2\sqrt{5}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{5} + \sqrt{5} + \sqrt{5} \\ &= (3\sqrt{5}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{9} + \sqrt{9} \\ &= (2\sqrt{9}) \end{aligned}$$

[参考]

$$2 + \frac{1}{3} = 2\frac{1}{3}$$

つまり

$$2\frac{1}{3} \text{ は}$$

$$2 \times \frac{1}{3} \text{ では}$$

ありません。

$$\begin{aligned} & \Rightarrow 2\sqrt{3} \text{ は} \\ & 2 \times \sqrt{3} \text{ であって} \\ & 2 + \sqrt{3} \text{ では} \\ & \text{ありません。} \end{aligned}$$

納得するまでくりかえし読みなさい。

$$\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} = 3\sqrt{2} \text{ だから}$$

$$2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{3} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{3} = 3\sqrt{3} \text{ だから}$$

$$2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

$$\sqrt{5} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{5} + \sqrt{5} + \sqrt{5} = 3\sqrt{5} \text{ だから}$$

$$2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$$

$$\sqrt{7} + \sqrt{7} + \sqrt{7} = 3\sqrt{7}$$

$$+ \sqrt{7} + \sqrt{7} = 2\sqrt{7} \text{ (+)}$$

$$\hline \sqrt{7} \text{ が 5 つで } = 5\sqrt{7}$$

けいさんしなさい。

$$3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

$$5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$$3\sqrt{2} + \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$$

$$2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{3} - \sqrt{3} = 0$$

$$2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$$

$$3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

$2\sqrt{3}$ は、

分数の $2\frac{1}{3}$ の

$2 + \frac{1}{3}$ とちがって、

$2\sqrt{3} = 2 \times \sqrt{3}$ です。

23 は $20 + 3$ です。

しかし、

$5\sqrt{3}$ は

$5 + \sqrt{3}$ ではなくて

$5 \times \sqrt{3}$ です。

それゆえ

$$2a + 3a$$

$$= 5a$$

であるように

$$2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$$

$$= (2+3)\sqrt{2}$$

$$= 5\sqrt{2} \text{ です。}$$

$$a\sqrt{2} + b\sqrt{2}$$

$$= (a+b)\sqrt{2} \text{ です。}$$

左と同様のもんだいをつくり
こたえなさい。

$$2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$$

$$3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

$$8\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$$7\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

$$2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$$

$$2\sqrt{5} - \sqrt{5} = \sqrt{5}$$

$$3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = \sqrt{5}$$

$$3\sqrt{5} - \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{5} - \sqrt{5} = 0$$

$$2\sqrt{7} - \sqrt{7} = \sqrt{7}$$

$$* 2\sqrt{7} - 2 = \times$$

$$* 3\sqrt{2} - 3 = \times$$

* これ以上
まとめることは
デキナイのだ。

$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{6} = \sqrt{2 \times 6} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

とする方法もあるが
 $\sqrt{2} \times (\sqrt{2} \times \sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$
 とする方がカンタンである。

$$\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 4$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{6} = \sqrt{\overset{3}{\underbrace{3 \times 3}} \times \sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{\overset{3}{\underbrace{3 \times 4}} \times \sqrt{3}} = 6$$

$$\sqrt{5} \times \sqrt{2} = \sqrt{10}$$

$$\sqrt{5} \times \sqrt{10} = \sqrt{5 \times (\sqrt{5} \times \sqrt{2})} = 5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{5} \times \sqrt{15} = \sqrt{5 \times (\sqrt{5} \times \sqrt{3})} = 5\sqrt{3}$$

$$\sqrt{6} \times \sqrt{2} = \sqrt{3 \times \underbrace{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}_2} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{6} \times \sqrt{3} = (\sqrt{2} \times \sqrt{3}) \times \sqrt{3} = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{6} \times \sqrt{8} = \sqrt{3 \times \underbrace{\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}}_4} = 4\sqrt{3}$$

$$\sqrt{6} \times \sqrt{12}$$

$$= \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 6\sqrt{2}$$

$$\sqrt{8} \times \sqrt{12}$$

$$= 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{6}$$

$$\sqrt{12} \times \sqrt{27}$$

$$= 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{3}$$

$$= 18$$

$$\sqrt{12} \times \sqrt{18}$$

$$= 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{2}$$

$$= 6\sqrt{6}$$

$$\sqrt{8} \times \sqrt{18}$$

$$= 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}$$

$$= 12$$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$$

ですから

$$\swarrow \sqrt{6} = \sqrt{2} \times \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{2} \times \sqrt{6} \\ = & \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \\ = & 2 \times \sqrt{3} \\ = & 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{10}$$

ですから

$$\begin{aligned} & \sqrt{2} \times \sqrt{10} \\ = & \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{5} \\ = & 2 \times \sqrt{5} \\ = & 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{3} \times \sqrt{6} \\ = & \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} \\ = & 3 \times \sqrt{2} \\ = & 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{5} \times \sqrt{10} \\ = & \sqrt{5} \times \sqrt{5} \times \sqrt{2} \\ = & 5 \times \sqrt{2} \\ = & 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{2} \times \sqrt{14} (= \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{7}) \\ = & 2\sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{3} \times \sqrt{15} (= \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5}) \\ = & 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{7} \times \sqrt{14} \\ = & 7\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{5} \times \sqrt{15} (= \sqrt{5} \times \sqrt{5} \times \sqrt{3}) \\ = & 5\sqrt{3} \end{aligned}$$

速やかに言えるように練習しなさい。

$$\begin{aligned} & \sqrt{2} \times \sqrt{6} \\ &= \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{5} \times \sqrt{10} \\ &= \sqrt{5} \times \sqrt{5} \times \sqrt{2} \\ &= 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{2} \times \sqrt{10} \\ &= \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{5} \\ &= 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{5} \times \sqrt{15} \\ &= \sqrt{5} \times \sqrt{5} \times \sqrt{3} \\ &= 5\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{2} \times \sqrt{14} \\ &= \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{7} \\ &= 2\sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{5} \times \sqrt{25} \\ &= \sqrt{5} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} \\ &= 5\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{3} \times \sqrt{6} \\ &= \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{7} \times \sqrt{14} \\ &= \sqrt{7} \times \sqrt{7} \times \sqrt{2} \\ &= 7\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{3} \times \sqrt{15} \\ &= \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} \\ &= 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{7} \times \sqrt{21} \\ &= \sqrt{7} \times \sqrt{7} \times \sqrt{3} \\ &= 7\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{3} \times \sqrt{21} \\ &= \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{7} \\ &= 3\sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{7} \times \sqrt{35} \\ &= \sqrt{7} \times \sqrt{7} \times \sqrt{5} \\ &= 7\sqrt{5} \end{aligned}$$