333 解の公式

【 2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解の公式 】

$\boxed{\text{1次方程式}}$ $ax+b=0$ は

$$ax=-b$$

$$x=-\frac{b}{a}$$ として

かんたんに解ける。

$\boxed{\text{2次方程式}}$ $ax^2+bx+c=0$ の

xを求めるのは かなり複雑である。

しかし、具体的な数で

たっぷり 練習した君たちなら、

もしかしたら、自分でも導ける

かも知れない。

具体数で もう一度 見直してから、

文字を使って 一般化できるか

やってみよう。

$$3x^2 + 5x + 1 = 0$$

x^2の係数 3 でわる

$$x^2 + \frac{5}{3}x + \frac{1}{3} = 0$$

等式の両辺から$\frac{1}{3}$を引く

$$x^2 + \frac{5}{3}x = -\frac{1}{3}$$

xの係数 $\frac{5}{3}$ の半分の 2乗を
両辺に足す

$$x^2 + \frac{5}{3}x + \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \left(\frac{5}{6}\right)^2 - \frac{1}{3}$$

左辺を因数分解し、　　右辺を通分する.

$$\left(x + \frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25-12}{36}$$

両辺の平方根を求める

$$x + \frac{5}{6} = \frac{\pm\sqrt{25-12}}{6}$$

両辺から $\frac{5}{6}$ を引く

$$x = \frac{-5 \pm\sqrt{13}}{6}$$

$$ax^2+bx+c=0$$

x^2の係数aで両辺をわる.

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

等式の両辺から$\frac{c}{a}$を引く

$$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$$

等式の両辺に
xの係数$\frac{b}{a}$の
半分の2乗を加える

$$x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}$$

左辺を因数分解　　右辺を通分

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

両辺の平方根を求める

$$x+\frac{b}{2a}=\frac{\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

両辺から$\frac{b}{2a}$を引く

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

aがもしマイナスのときは、
両辺にマイナスをかけて、
x^2の係数をプラスにしておこう、

見ずに書けるようになるまで
くり返し写しなさい。

わずか1ページの学習だが
たっぷり時間をかける値打ちがあります。

$3x^2+5x+1=0$ を

解の公式にあてはめて解くと

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times3\times1}}{2\times3}$$

$$=\frac{-5\pm\sqrt{13}}{6}$$

xの係数が

2の倍数(偶数)のときは

簡便な数値にできる、

$$x=\frac{-b\text{の半分}\pm\sqrt{(b\text{の半分})^2-ac}}{a}$$

あまり見かけない言い方ですが

覚えやすいですよ.

- 分母が解の公式の $2a$ でなく a
- b が bの半分
- $4ac$ が ac です.

$a \neq 0$ として

$ax^2 + bx + c = 0$ の解は

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

もし b が負の場合、

根号の中は 2乗するので影響なしが

$-b$ は正となる。

また、

もし c が負の場合

$-4ac$ は正となる

$3x^2 - 5x - 1 = 0$

$$x = \frac{\overset{+5}{-(-5)} \pm \sqrt{5^2 \overset{+12}{- 4 \times 3 \times (-1)}}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{37}}{6}$$

今までに見てきた2次方程式を、

因数分解できるときは因数分解の方法で

因数分解できないときは

平方の形に導くか

解の公式で解いてごらんなさい。