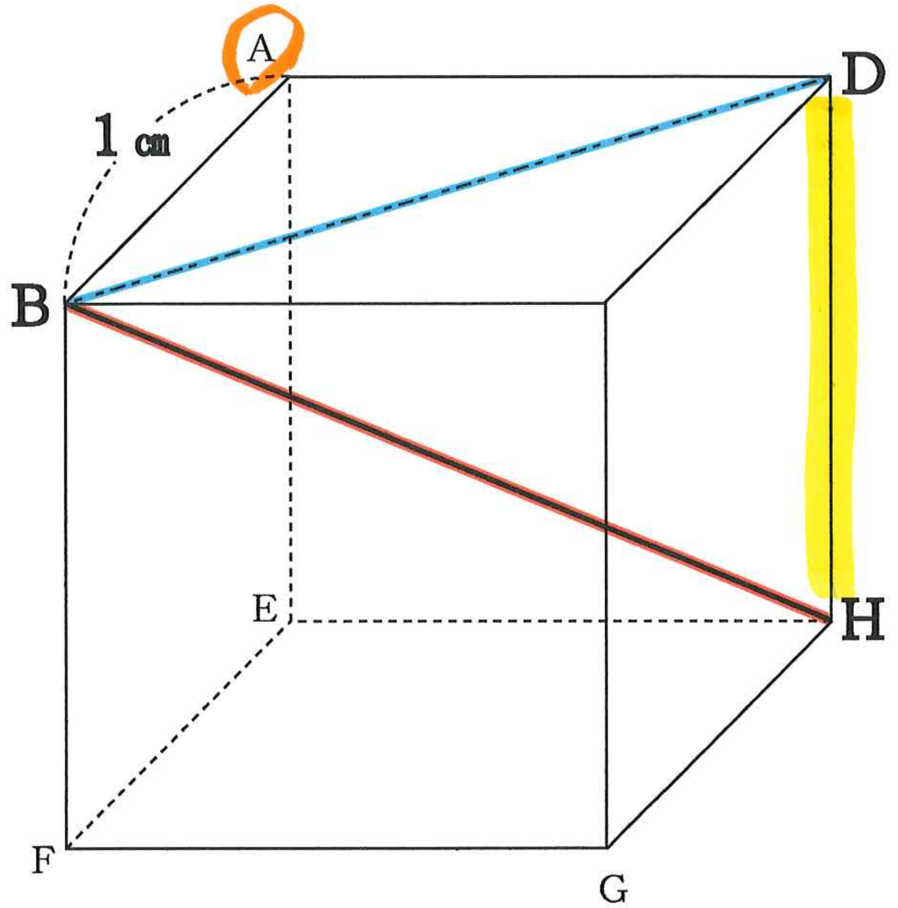
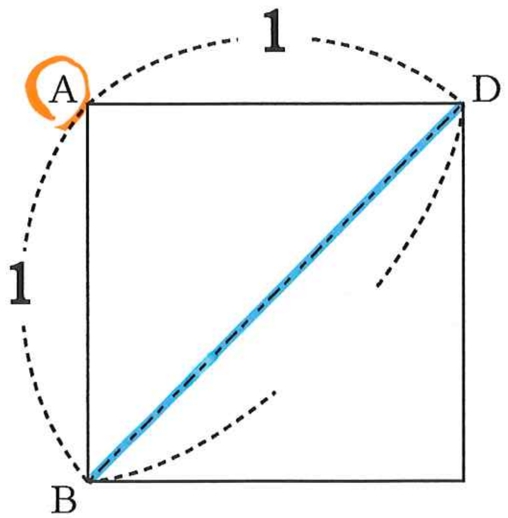
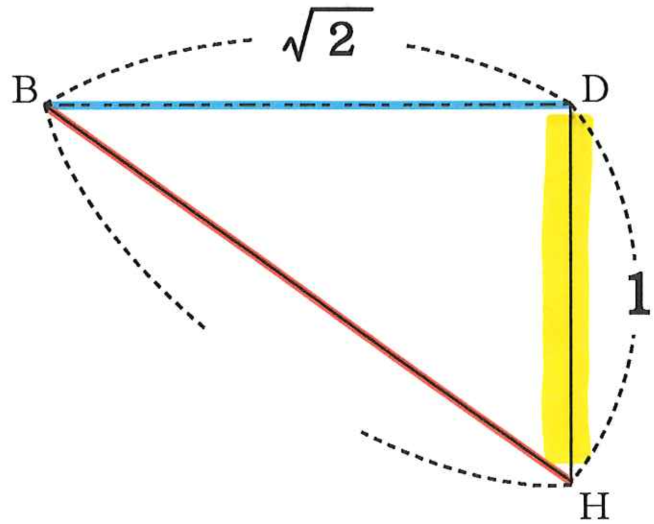
1辺の長さが1㎝の立方体の対角線の長さ







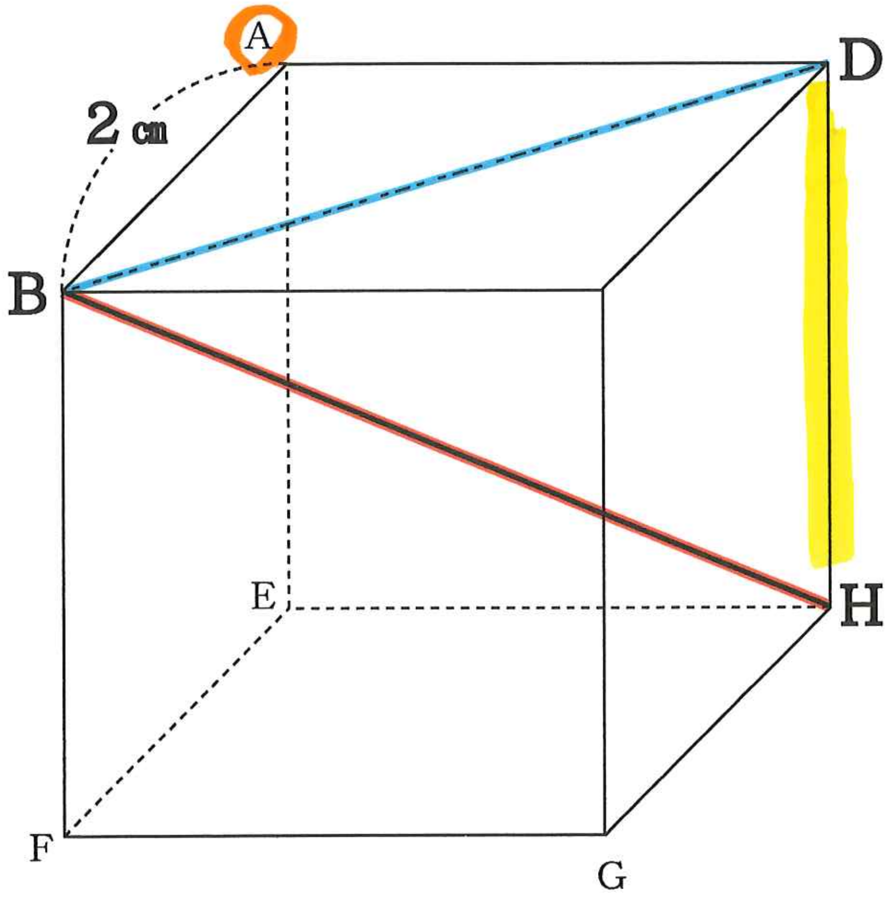
$BD = \sqrt{1^2 + 1^2}$

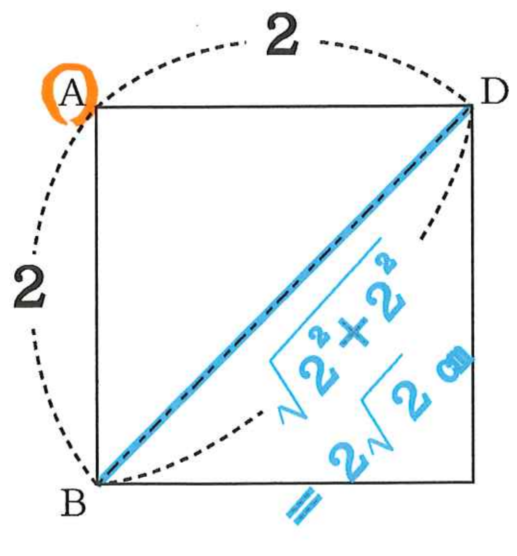
$= \sqrt{2}$ ㎝

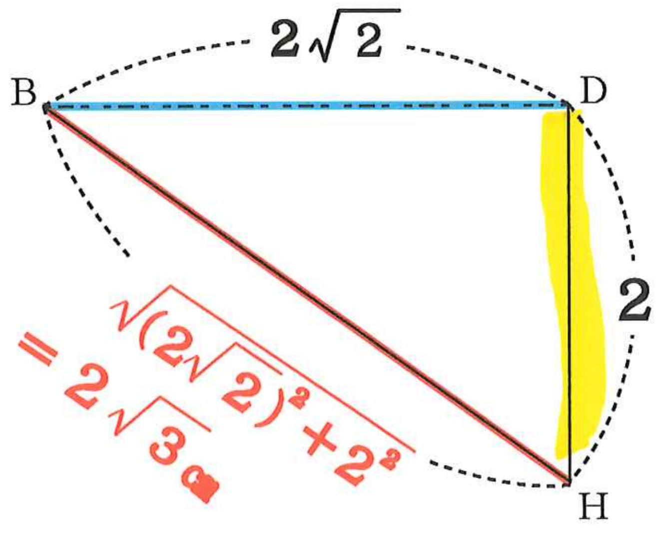
$BH = \sqrt{\sqrt{2}^2 + 1^2}$

$= \sqrt{3}$ ㎝

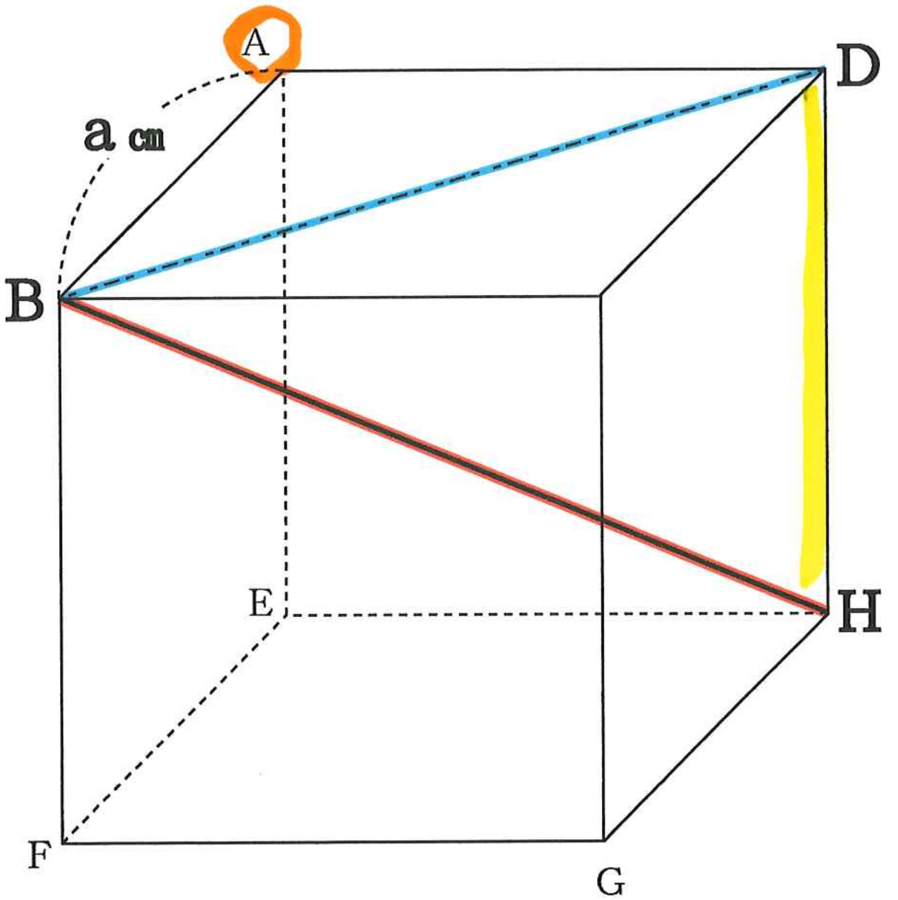
1辺の長さが**2cm**の**立方体の対角線の長さ**

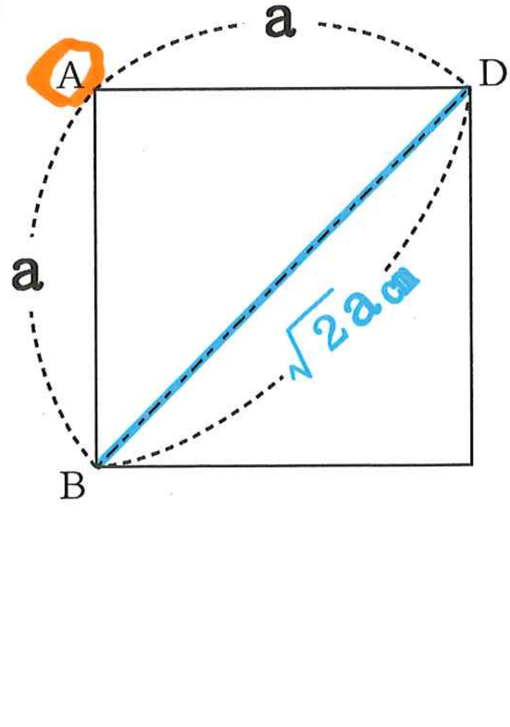


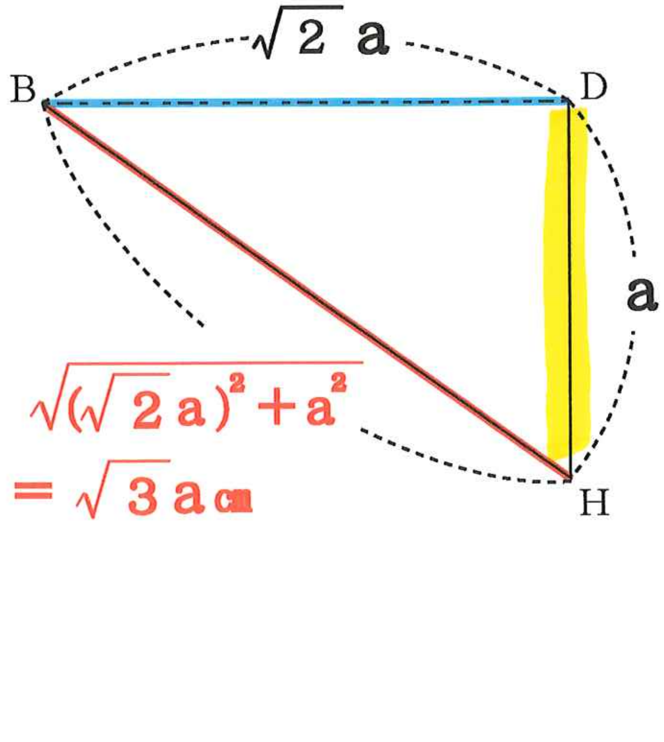


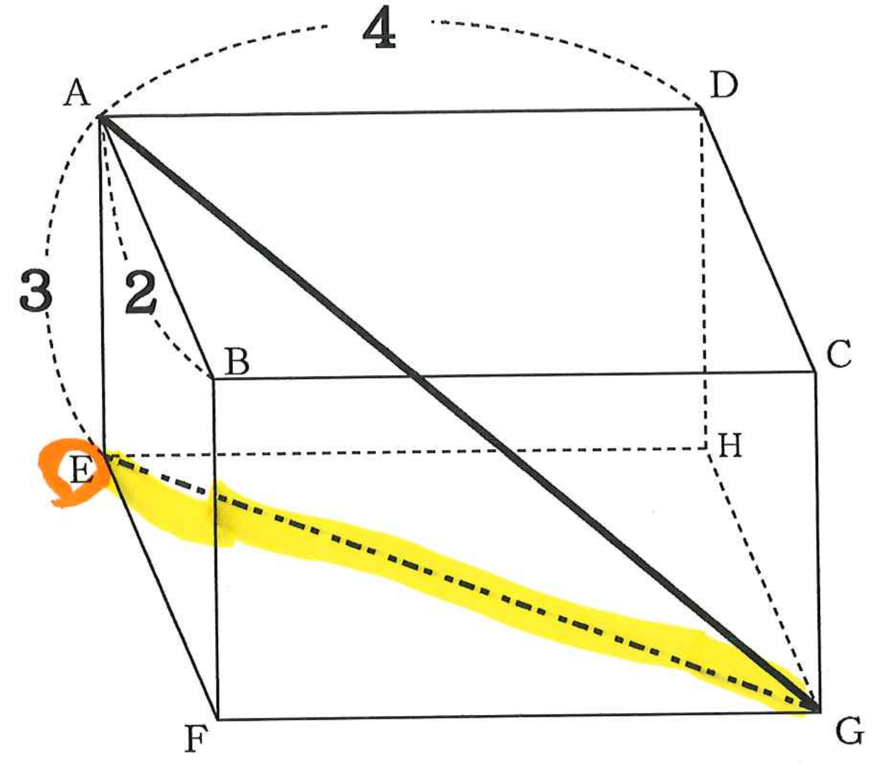


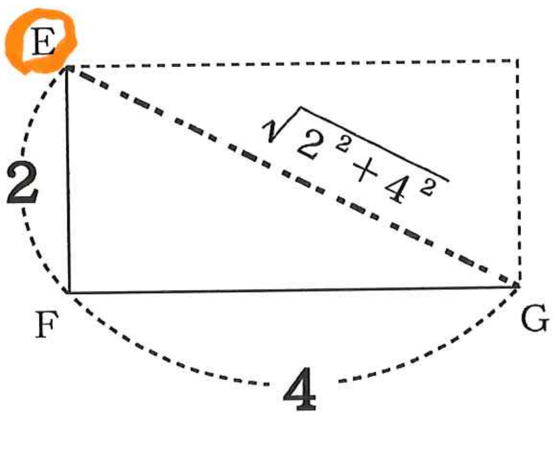
1辺の長さが a cmの立方体の対角線の長さ

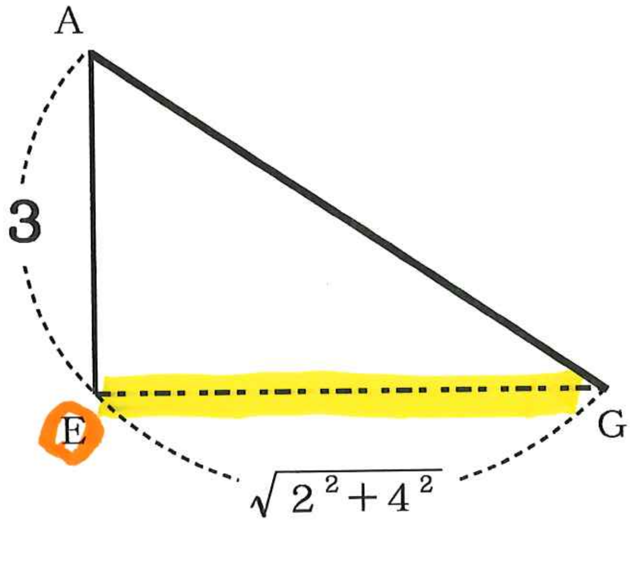








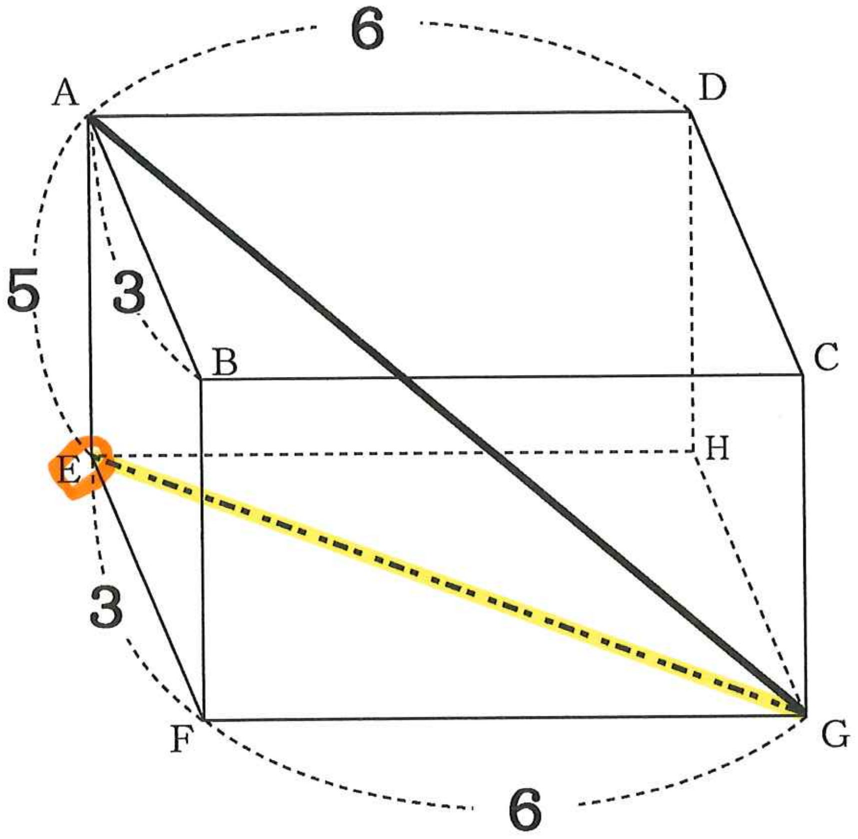


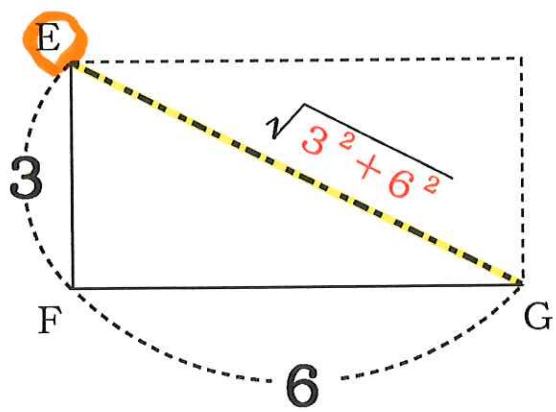


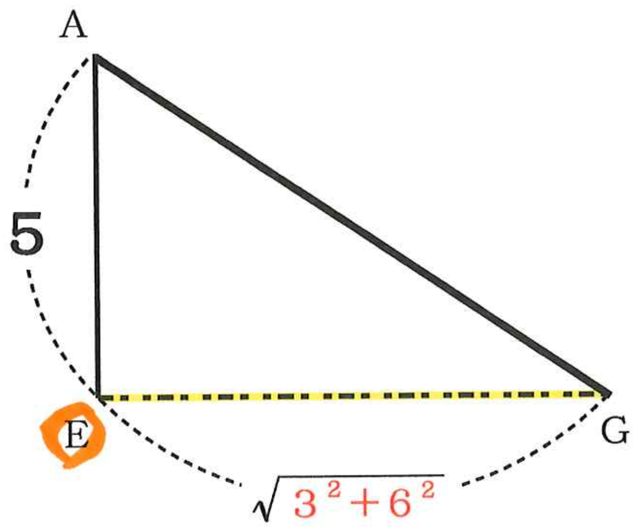
$EG = \sqrt{2^2+4^2}$

$AG = \sqrt{3^2+(\sqrt{2^2+4^2})^2}$

$= \sqrt{3^2+2^2+4^2}$



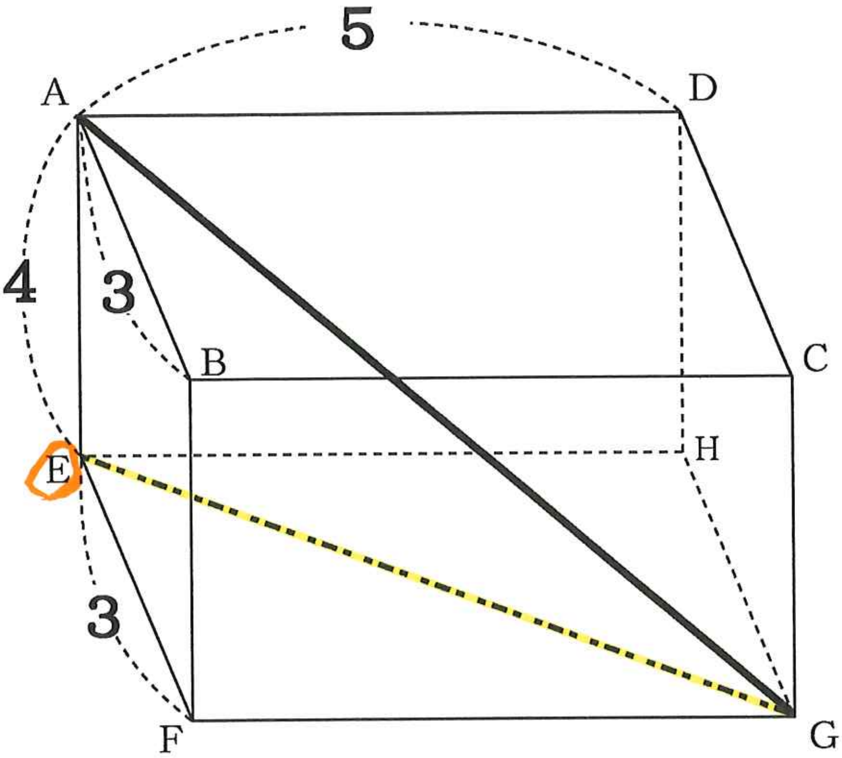


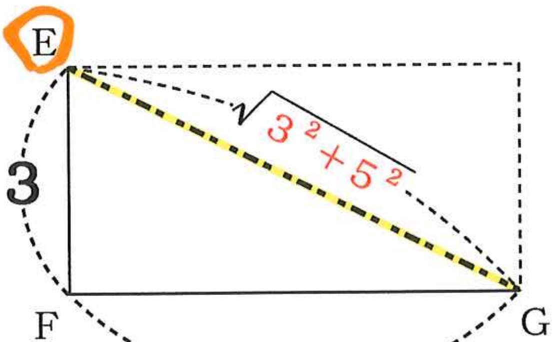


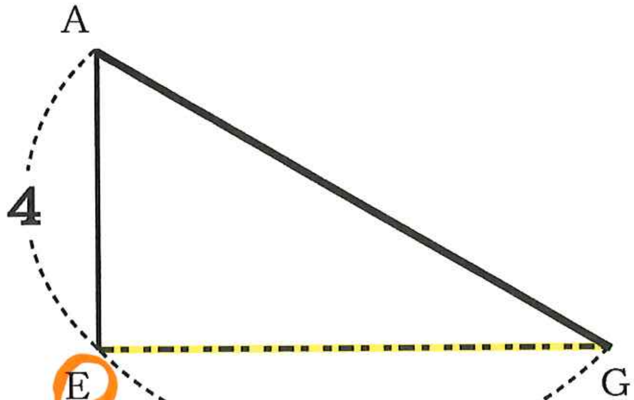
$EG = \sqrt{3^2+6^2}$

$AG = \sqrt{5^2+\left(\sqrt{3^2+6^2}\right)^2}$

$= \sqrt{5^2+3^2+6^2}$



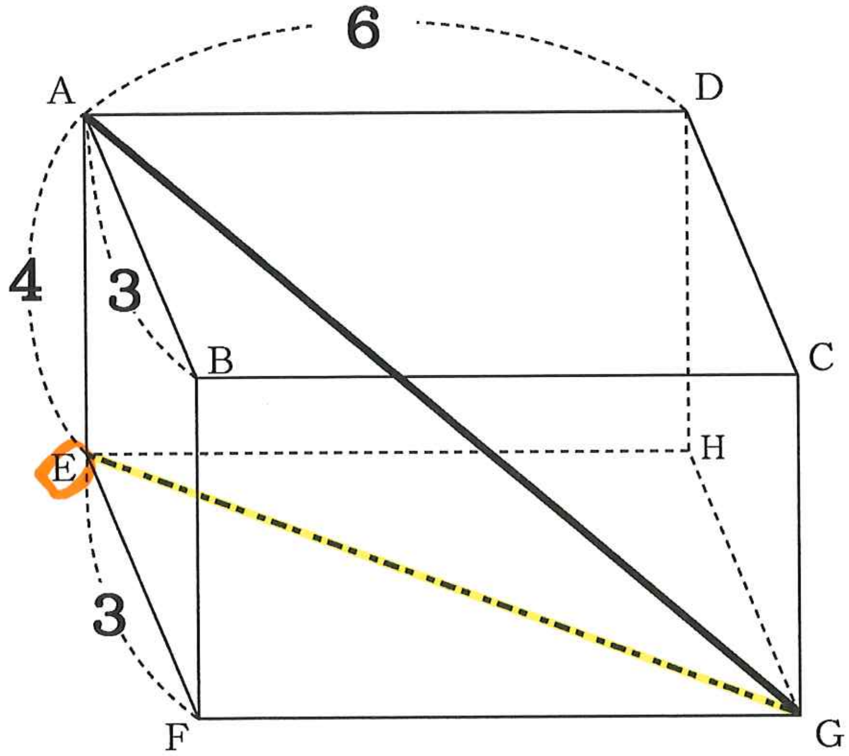


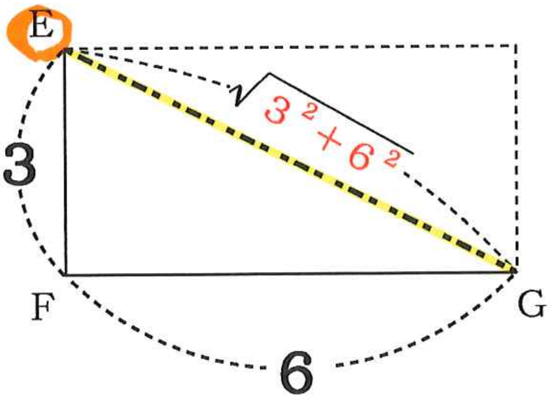


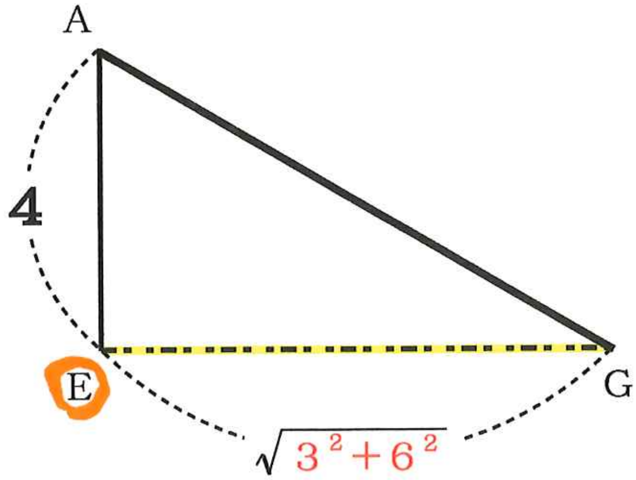
$EG=\sqrt{3^2+5^2}$

$AG=\sqrt{4^2+\left(\sqrt{3^2+5^2}\right)^2}$

$=\sqrt{4^2+3^2+5^2}$



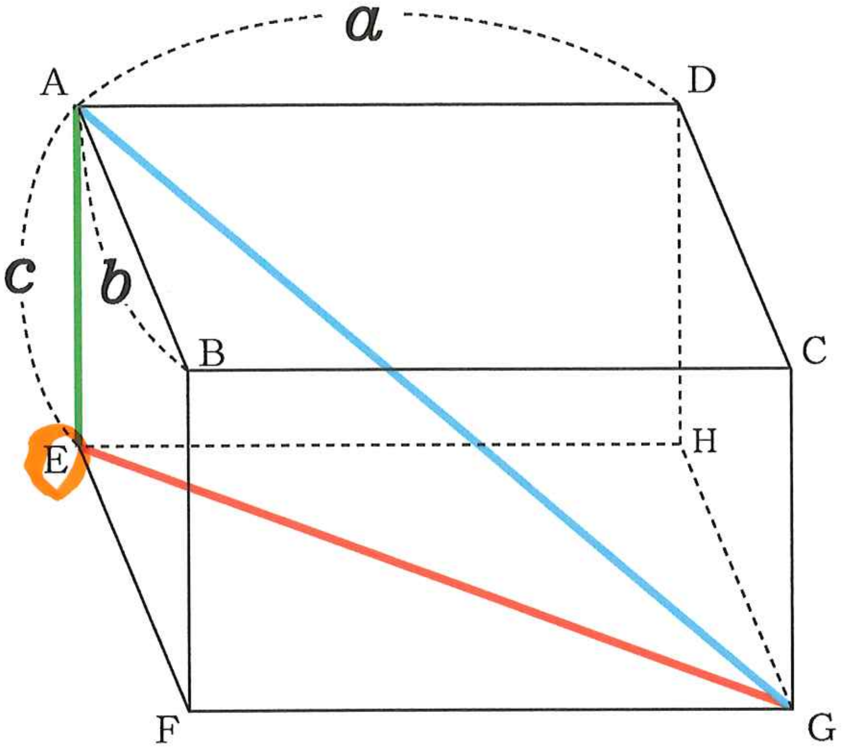


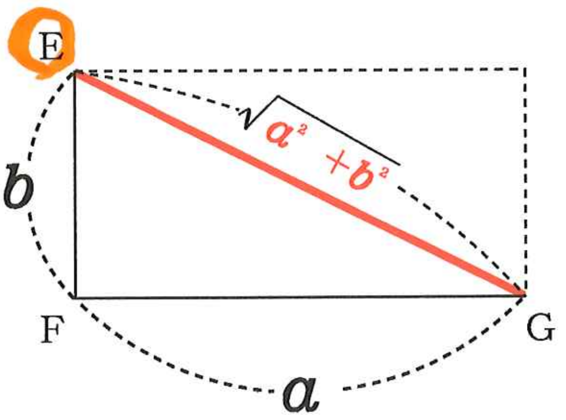


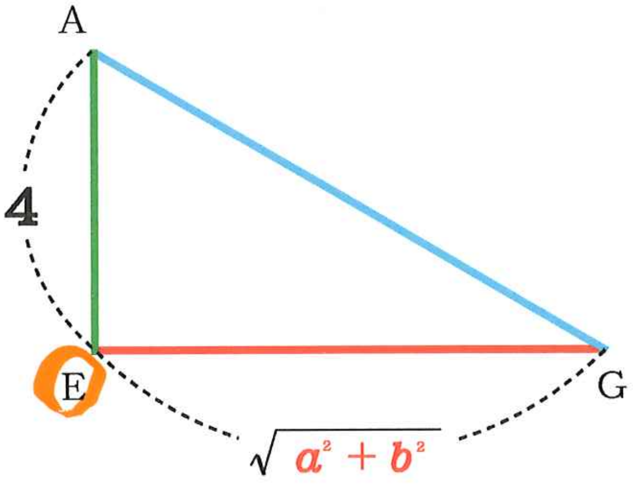
$$EG = \sqrt{3^2+6^2}$$

$$AG = \sqrt{4^2+(\sqrt{3^2+6^2})^2}$$

$$= \sqrt{4^2+3^2+6^2}$$

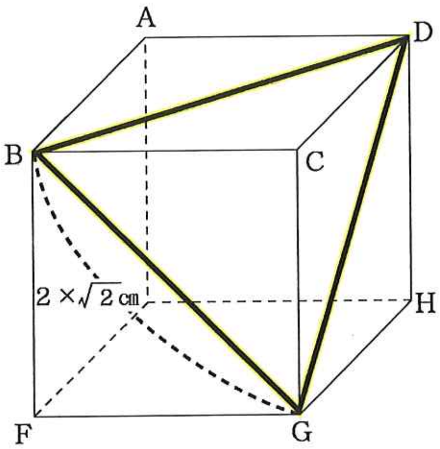






$$AG = \sqrt{a^2+b^2+c^2}$$

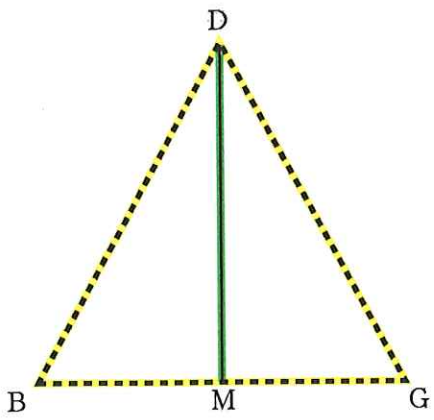
下の図のような、
１辺が２㎝をの立方体を、頂点Ｂ、Ｄ、Ｇを
通る平面で切るときの
［三角形ＢＤＧ］の面積を求めよ。



正方形の**対角線**の長さは
１辺の長さの$\sqrt{2}$倍である。

2㎝× $\sqrt{2}$

2$\sqrt{2}$㎝



正三角形の高さは
辺の半分の$\sqrt{3}$倍で

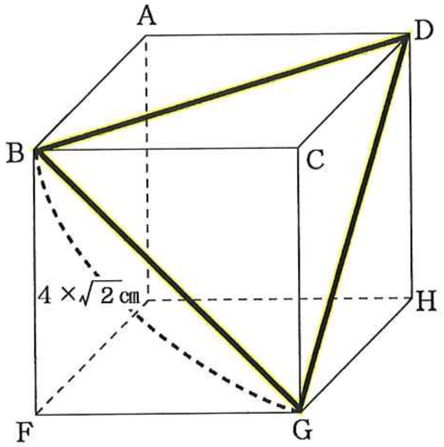
$$2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{6}$$

よって面積は

$$2\sqrt{2}\times\sqrt{6}\times\frac{1}{2}$$

$$=2\sqrt{3}\quad(\text{cm}^2)$$

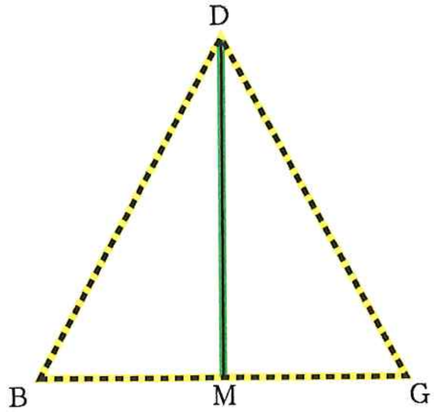
下の図のような、
１辺が４㎝をの立方体を、頂点Ｂ、Ｄ、Ｇを
通る平面で切るときの
［三角形ＢＤＧ］の面積を求めよ。



正方形の**対角線**の長さは
１辺の長さの$\sqrt{2}$倍である。

4㎝× $\sqrt{2}$

4$\sqrt{2}$㎝



正三角形の高さは
辺の半分の$\sqrt{3}$倍で

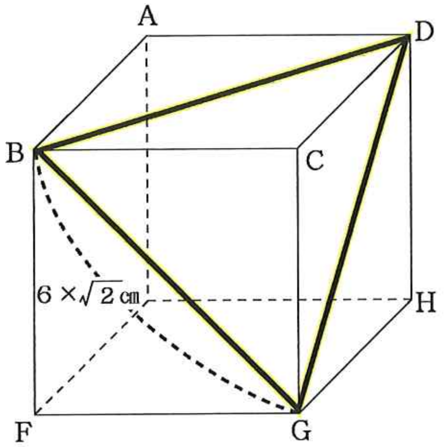
$4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{6}$

よって面積は

$4\sqrt{2}\times2\sqrt{6}\times\frac{1}{2}$

$=8\sqrt{3}$ （㎠）

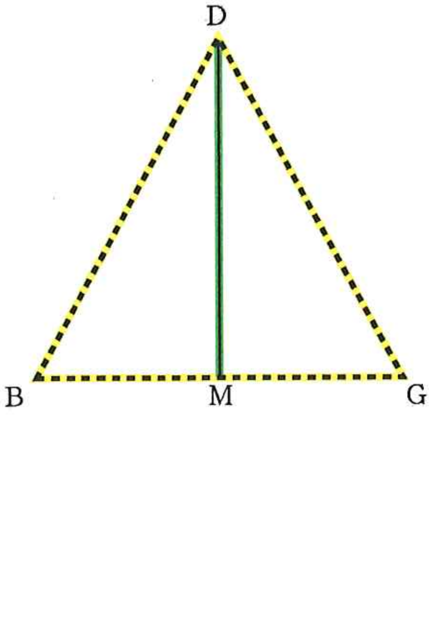
下の図のような、
１辺が６㎝をの立方体を、頂点Ｂ、Ｄ、Ｇを
通る平面で切るときの
［三角形ＢＤＧ］の面積を求めよ。



正方形の**対角線**の長さは
１辺の長さの$\sqrt{2}$倍である。

6㎝× $\sqrt{2}$

6$\sqrt{2}$㎝



正三角形の高さは
辺の半分の$\sqrt{3}$倍で

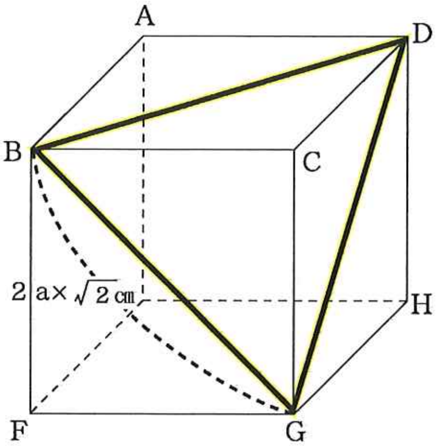
$$6\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{6}$$

よって面積は

$$6\sqrt{2}\times 3\sqrt{6}\times\frac{1}{2}$$

$=18\sqrt{3}$ （㎠）

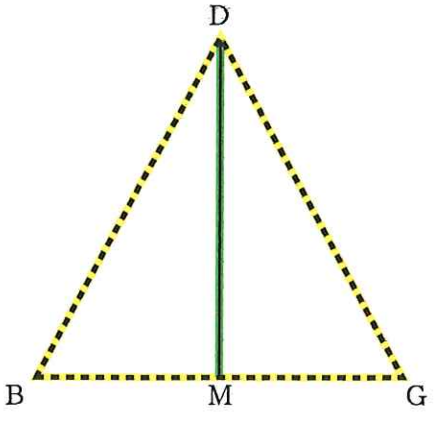
下の図のような、
１辺が2acmをの立方体を、頂点B、D、Gを
通る平面で切るときの
[三角形ＢＤＧ]の面積を求めよ。



正方形の**対角線**の長さは
１辺の長さの$\sqrt{2}$倍である。

$2\,a$cm×$\sqrt{2}$

$2\,a\sqrt{2}$ cm



正三角形の高さは
辺の半分の$\sqrt{3}$倍で

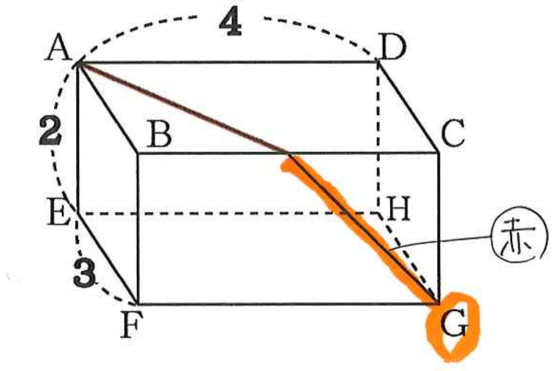
$$2\,a\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{6}$$

よって面積は

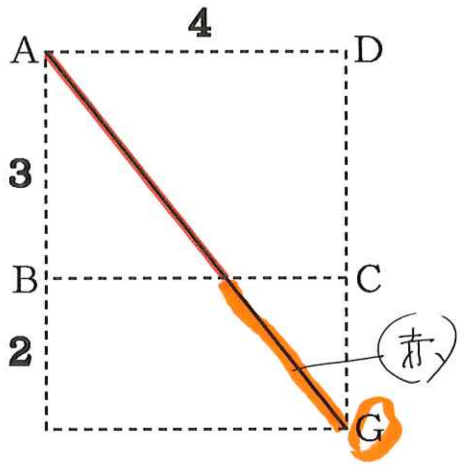
$$2\,a\sqrt{2}\times\sqrt{6}\,a\times\frac{1}{2}$$

$$=2\,a^2\sqrt{3}\ (cm^2)$$

［例１］

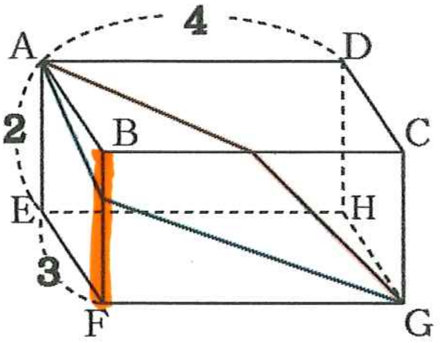


頂点Aから頂点Gへ
面に沿って糸を張ったとき、
最短の長さはどれだけか。



$$AG = \sqrt{(3+2)^2+4^2} = \sqrt{41}$$

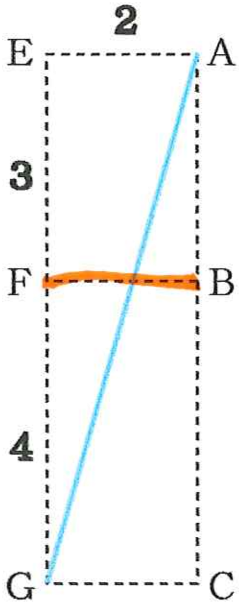
[例２]



頂点Ａから頂点Ｇまで　面に沿って糸を張ったとき、
ＢＣを切っている線と、
ＢＦを切っている線とでは、どちらが長いか。

ＢＣを切っている線は[例１]で調べたとおり$\sqrt{41}$

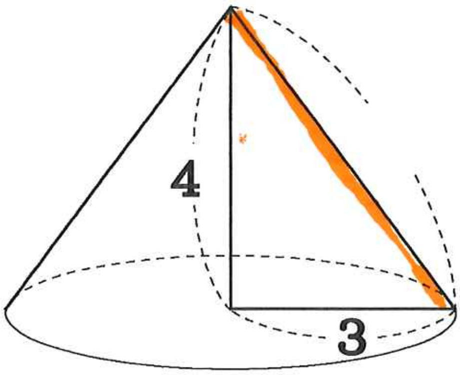
ＢＦを切っている線は
右の図のとおり



$$AG=\sqrt{(3+4)^2+2^2}$$
$$=\sqrt{53}$$

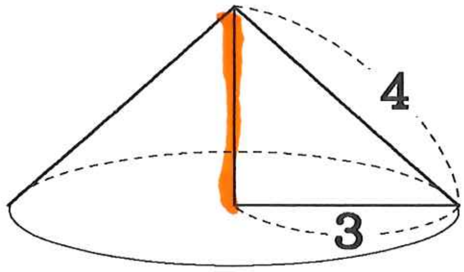
ＡＧを切った線が長い。

次の見取り図が示す**円すい**の**残り**の**長さ**を求めなさい。

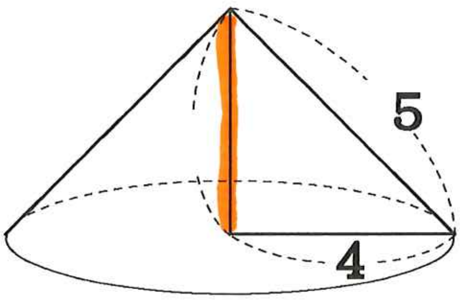


$\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}$

$=5$

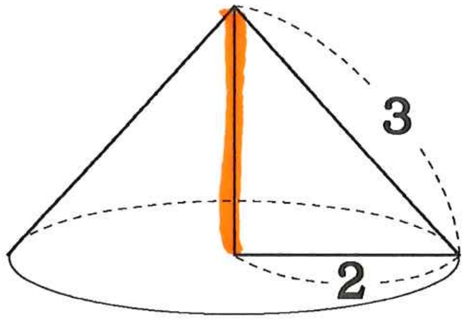


$\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$

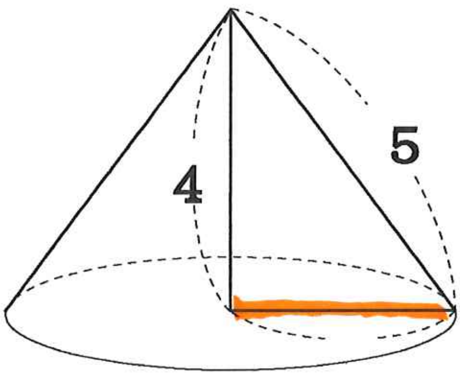


$\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}$

$=3$

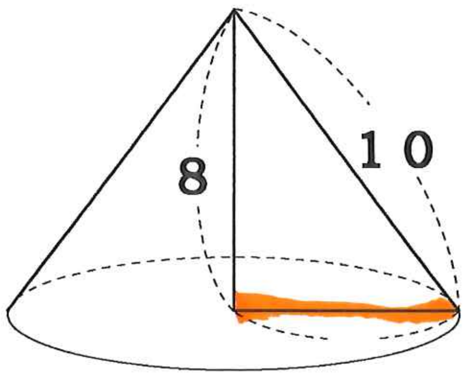


$\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$



$\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}$

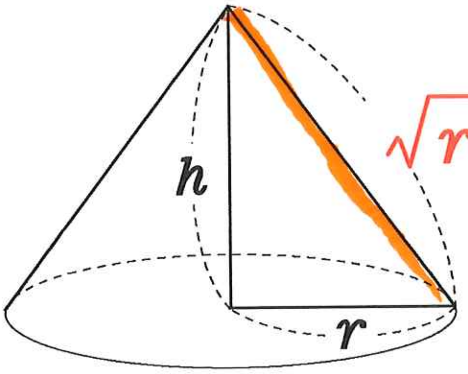
$=3$



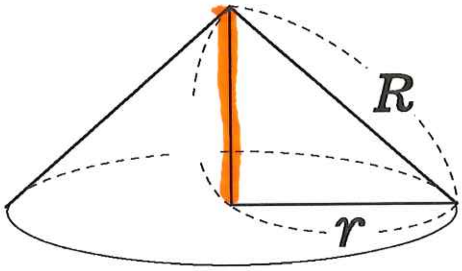
$\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}$

$=6$

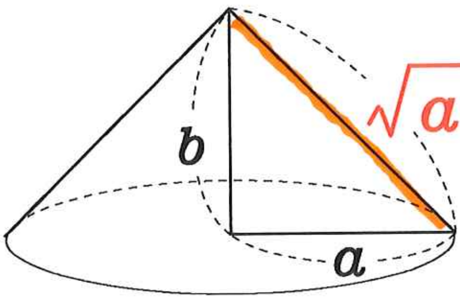
次の見取り図が示す**円すい**の
残りの**長さ**を求めなさい。



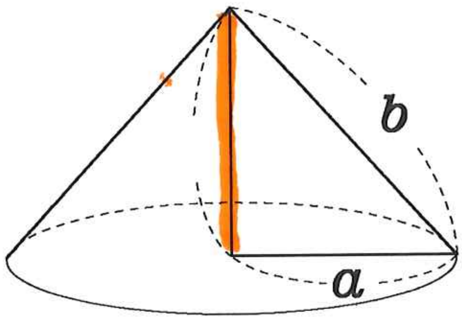
$\sqrt{r^2+h^2}$



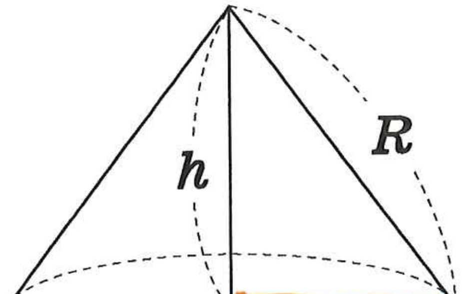
$\sqrt{R^2-r^2}$



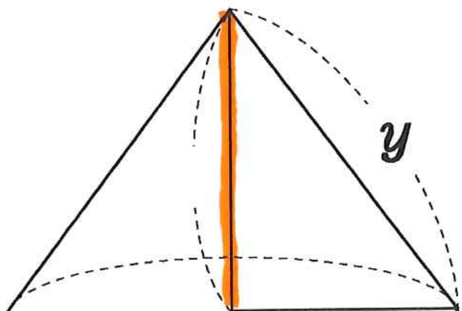
$\sqrt{a^2+b^2}$



$\sqrt{b^2-a^2}$



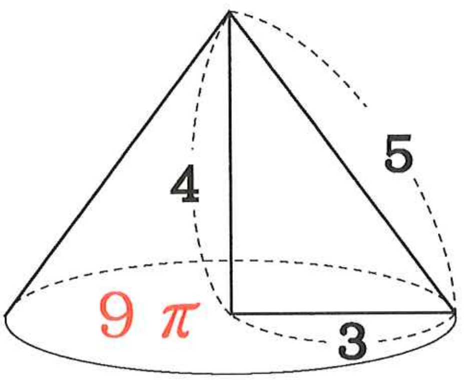
$\sqrt{R^2-h^2}$



$\sqrt{y^2-x^2}$

次の**見取図**が示す**円すい**の**体積**を求める式を示しなさい。

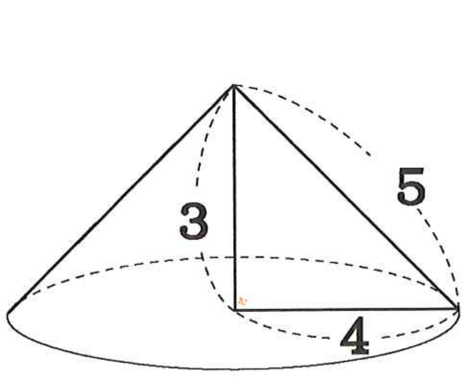
参考：**円錐の体積**は、
同じ底面　等しい高さの円柱の$\frac{1}{3}$
ということが分かっています。
このことの説明は高校数学で行われます。



$\pi \cdot 3^2$

$9\pi \times 4 \times \frac{1}{3}$

$= 12\pi$

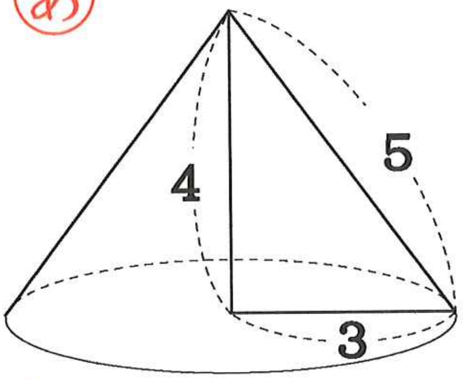


$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 3$

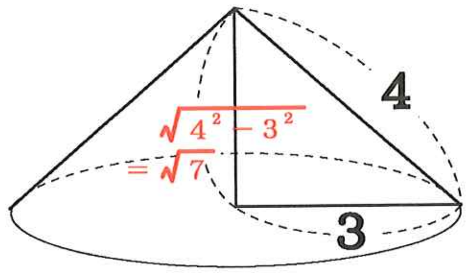
$= 16\pi$

次の見取り図が示す**円すい**の**体積**を求めなさい。[$\frac{1}{3}\pi r^2 h$]

あ

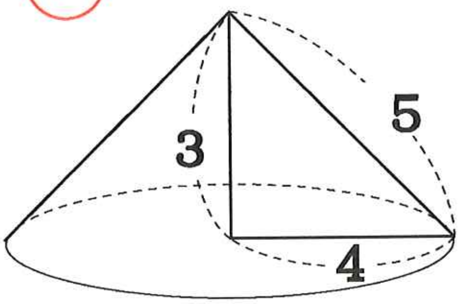


$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi$

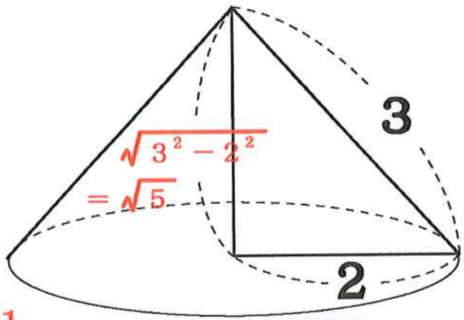


$9\pi \times \sqrt{7} \times \frac{1}{3} = 3\sqrt{7}\pi$

い



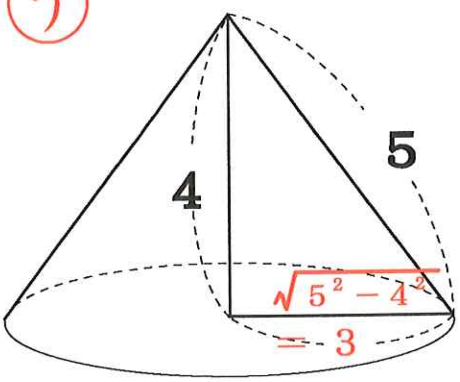
$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 3 = 16\pi$



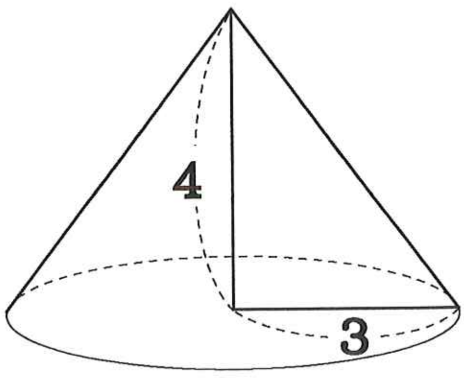
$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot \sqrt{5}$

$= \frac{4\sqrt{5}\pi}{3}$

う



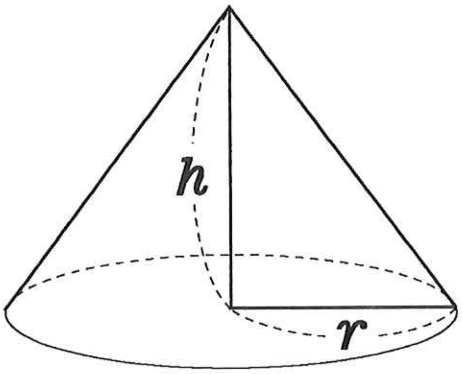
あに同じ



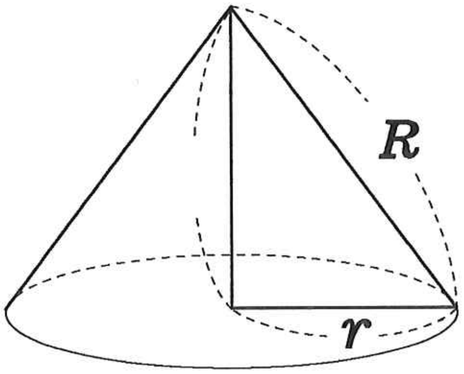
あに同じ

次の見取り図が示す**円すい**の

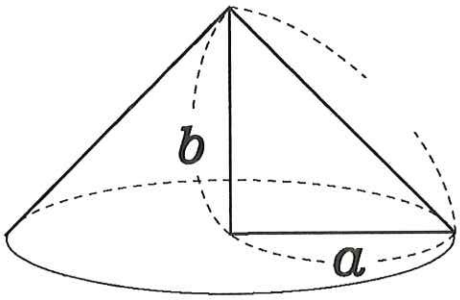
体積　$\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot$半径$^2\cdot$高さ　を求めなさい。



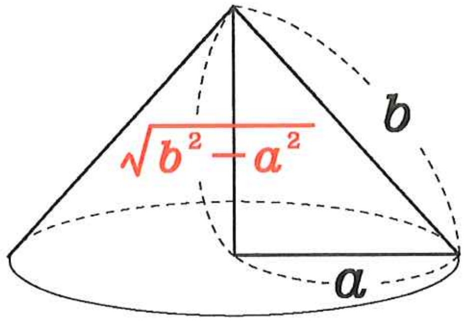
$\frac{1}{3}\pi r^2 h$



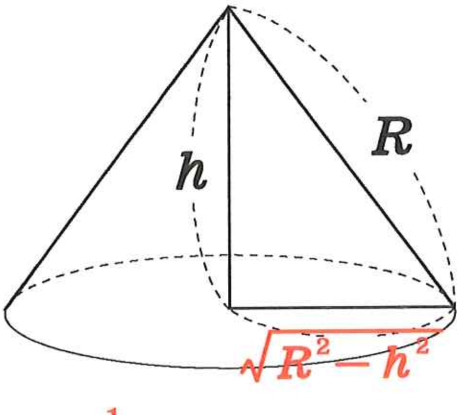
$\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot r^2\cdot\sqrt{R^2-r^2}$



$\frac{1}{3}\pi a^2 b$

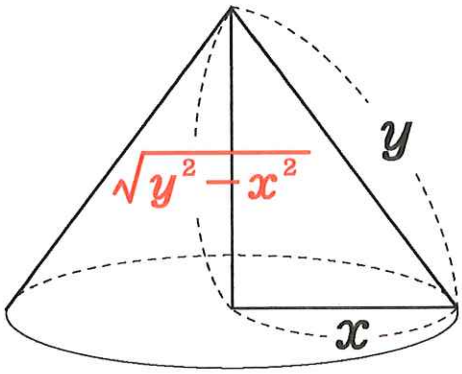


$\frac{1}{3}\pi a^2\sqrt{b^2-a^2}$



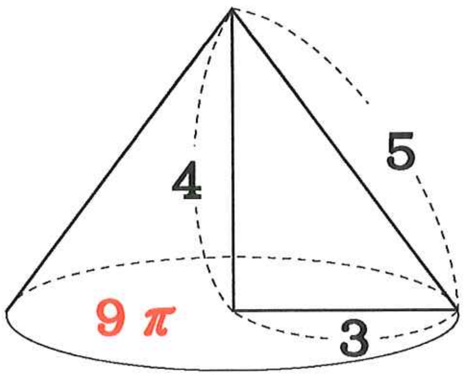
$\frac{1}{3}\pi(\sqrt{R^2-h^2})^2 h$

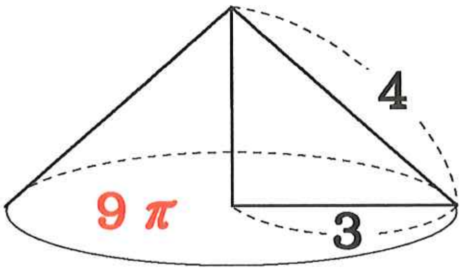
$=\frac{1}{3}\pi(R^2-h^2)\ h$

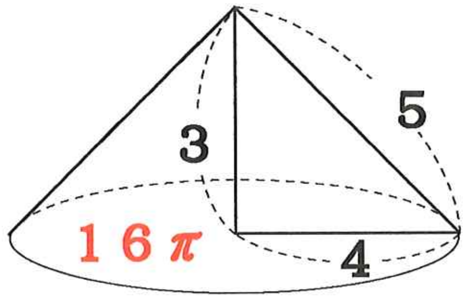


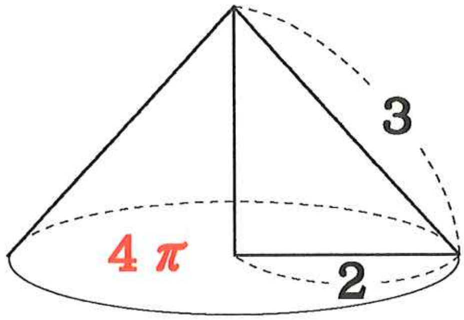
$\frac{1}{3}\pi x^2\sqrt{y^2-x^2}$

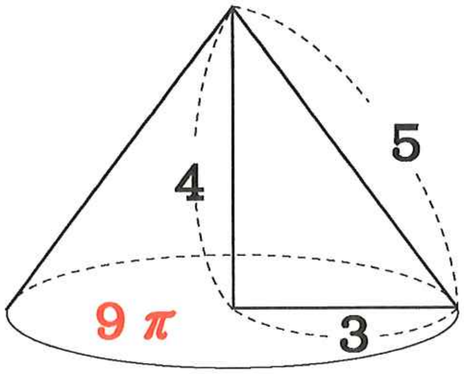
次の見取り図が示す**円すい**の
底面積を求めなさい。

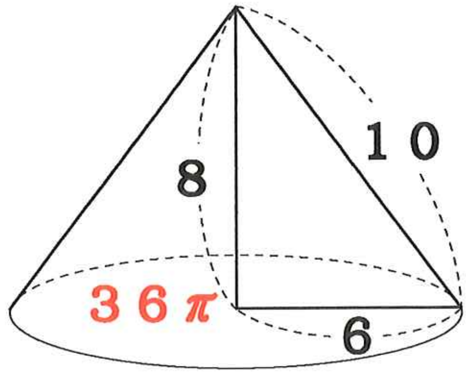




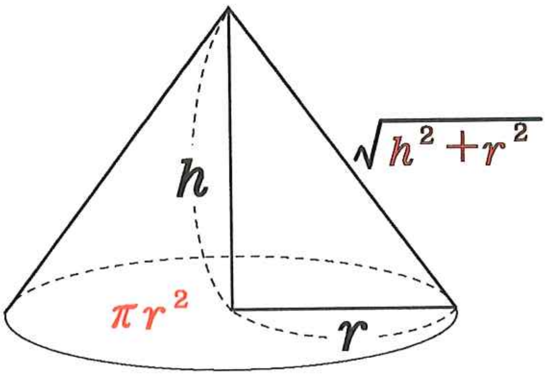


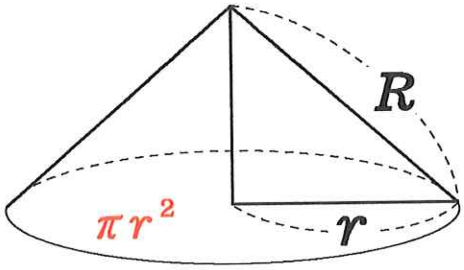


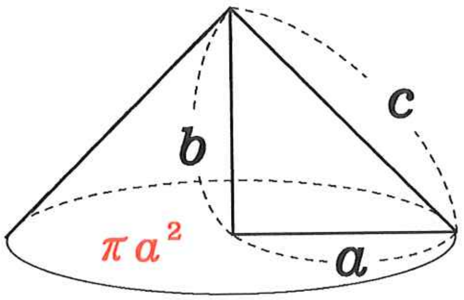


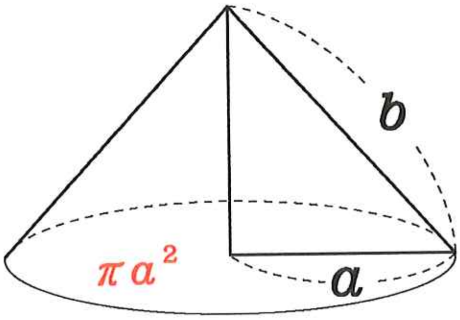


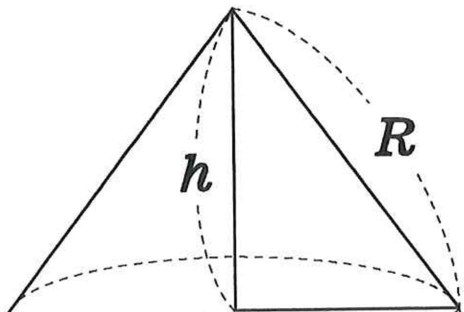
次の見取り図が示す**円すい**の
底面積を求めなさい。

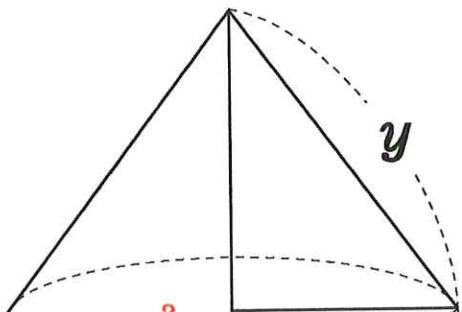






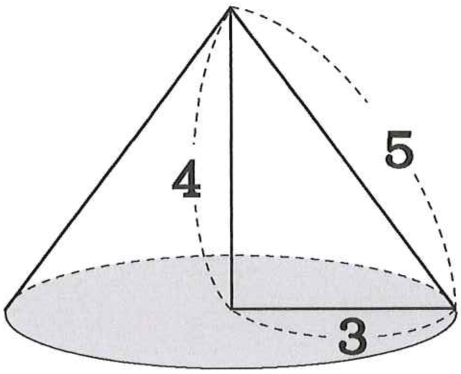




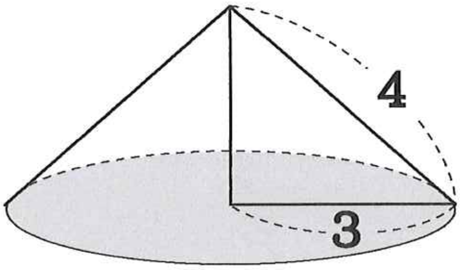


次の見取り図が示す**円すい**の

側面積を求めなさい。

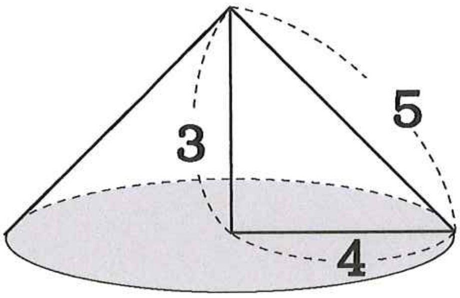


$\pi \cdot 5^2 \times \frac{3}{5} = 15\pi$

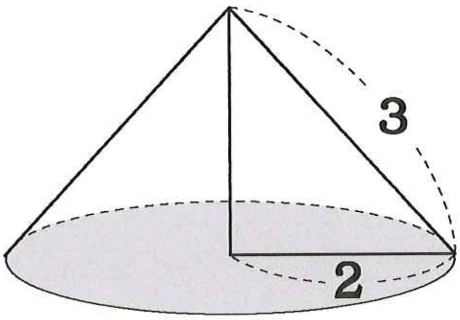


$\pi \cdot 4^2 \times \frac{3}{4}$

$= \pi \times 3 \times 4$

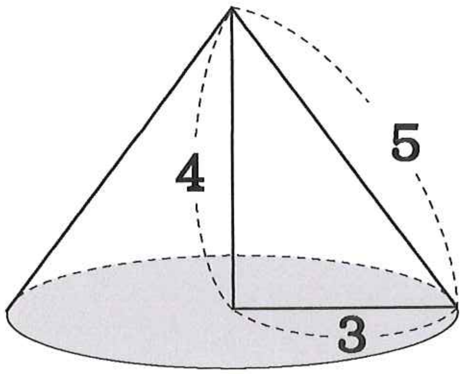


$\pi \cdot 5^2 \times \frac{4}{5} = 20\pi$

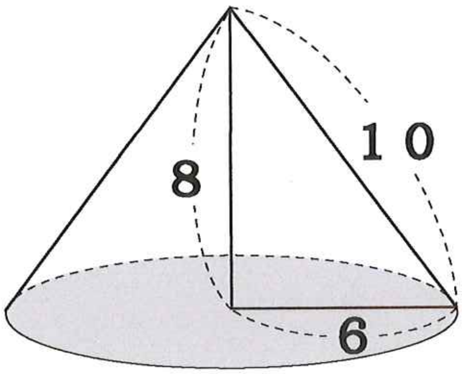


$\pi \cdot 3^2 \times \frac{2}{3}$

$= \pi \times 2 \times 3$



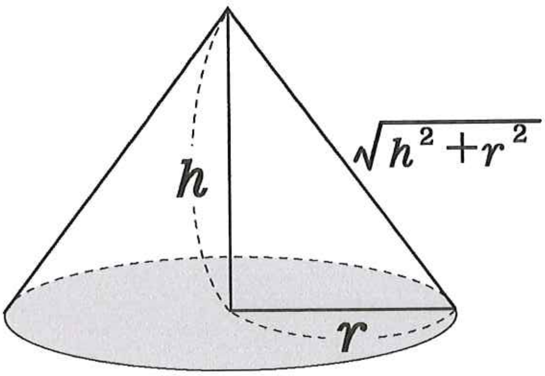
$\pi \cdot 5^2 \times \frac{3}{5} = 15\pi$



$\pi \cdot 10^2 \times \frac{6}{10}$

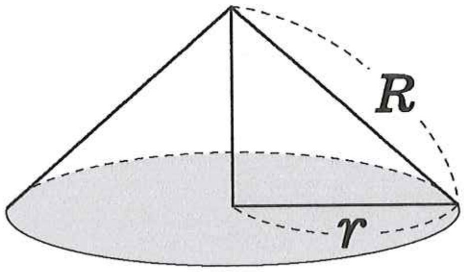
$= \pi \times 6 \times 10$

次の見取り図が示す**円すい**の**底面積**を求めなさい。



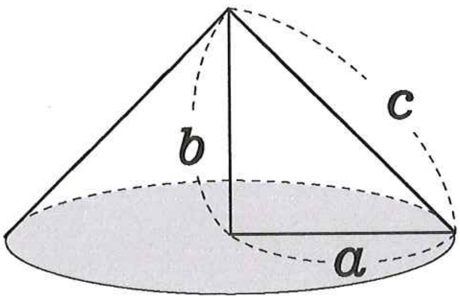
$\pi \cdot (\sqrt{h^2+r^2})^2 \times \dfrac{r}{\sqrt{h^2+r^2}}$

$= \pi r(h^2+r^2)$



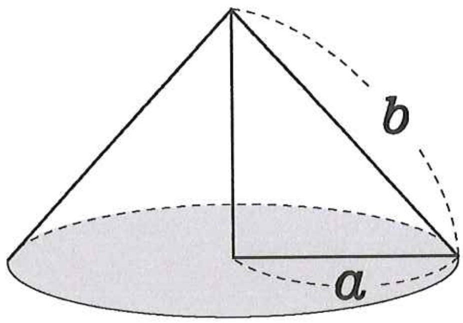
$\pi R^2 \cdot \dfrac{r}{R}$

$= \pi rR$



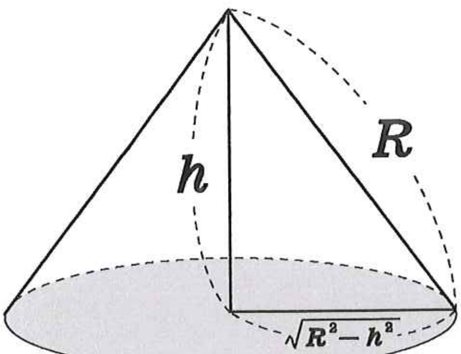
$\pi \cdot c^2 \cdot \dfrac{a}{c}$

$= \pi ac$



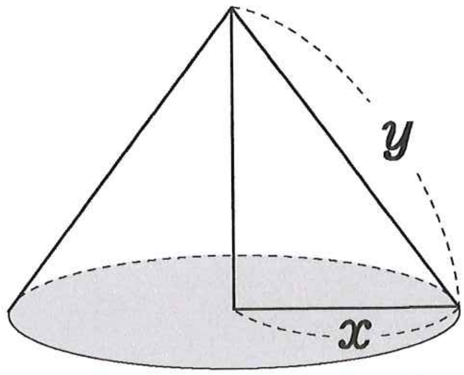
$\pi \cdot b^2 \cdot \dfrac{a}{b}$

$= \pi ab$



$\pi R^2 \times \dfrac{\sqrt{R^2-r^2}}{R}$

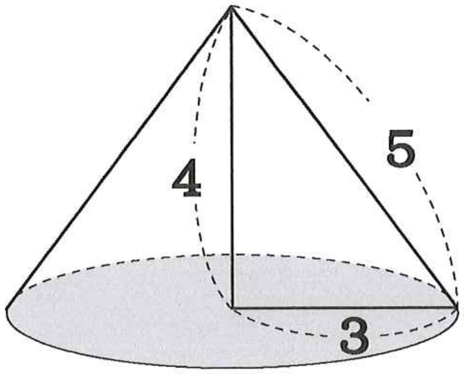
$= \pi \cdot \sqrt{R^2-h^2} \cdot R$



$\pi \cdot y^2 \cdot \dfrac{x}{y}$

$= \pi xy$

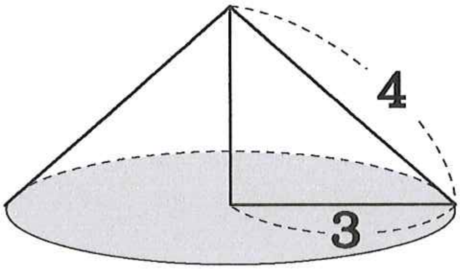
次の見取り図が示す**円すい**の**表面積**を求めなさい。



$\pi \cdot 3^2 + \pi \cdot 5^2 \times \frac{3}{5}$

$= 9\pi + 15\pi$

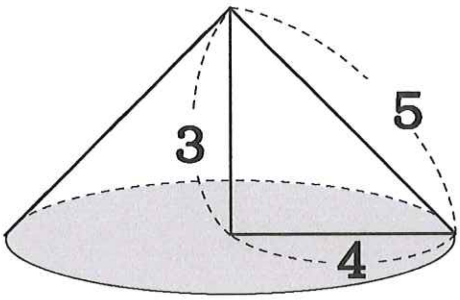
$= 24\pi$



$\pi \cdot 3^2 + \pi \cdot 4^2 \times \frac{2}{4}$

$= 9\pi + 12\pi$

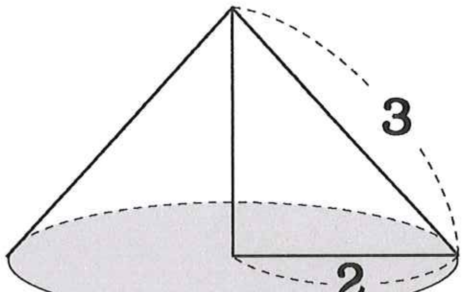
$= 21\pi$



$\pi \cdot 4^2 + \pi \cdot 5^2 \times \frac{4}{5}$

$= 16\pi + 20\pi$

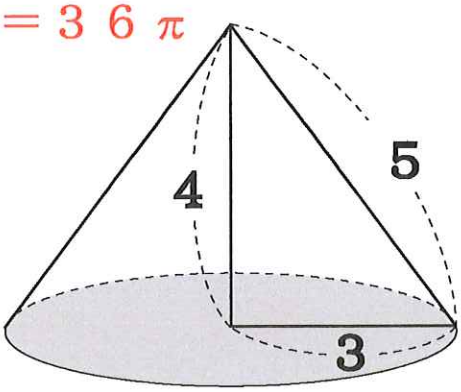
$= 36\pi$



$\pi \cdot 2^2 + \pi \cdot 3^2 \times \frac{2}{3}$

$= 4\pi + 6\pi$

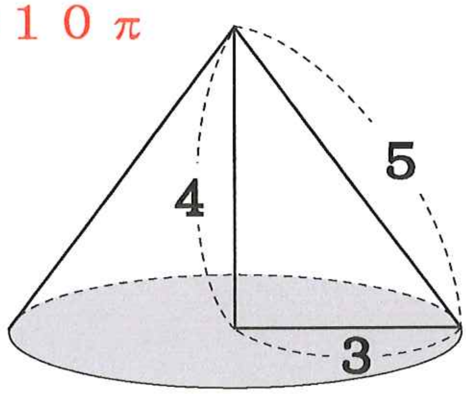
$= 10\pi$



$\pi \cdot 3^2 + \pi \cdot 5^2 \times \frac{3}{5}$

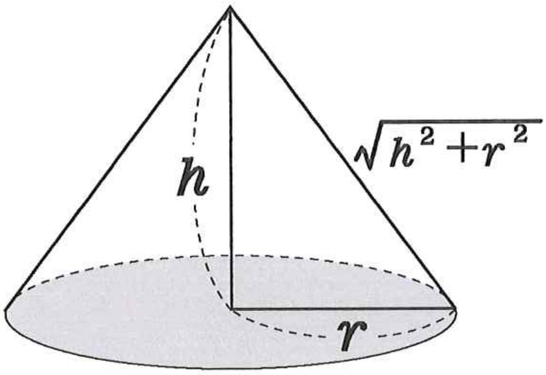
$= 9\pi + 15\pi$

$= 24\pi$



左に同じ

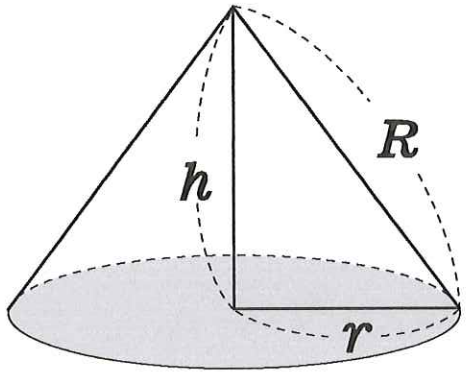
次の見取り図が示す円すいの表面積を求めなさい。



$\pi\cdot r^2+\pi\cdot(h^2+r^2)\cdot\dfrac{r}{\sqrt{h^2+r^2}}$

$\pi r^2+\pi r\sqrt{h^2+r^2}$

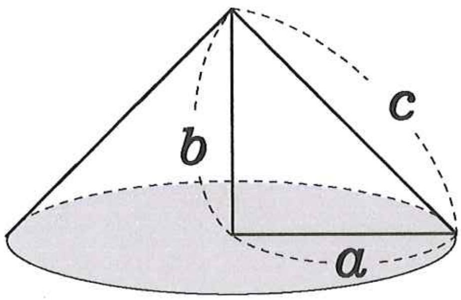
$\pi r(r+\sqrt{h^2+r^2})$



$\pi r^2+\pi\cdot R^2\cdot\dfrac{r}{R}$

$=\pi r^2+\pi\cdot R\cdot r$

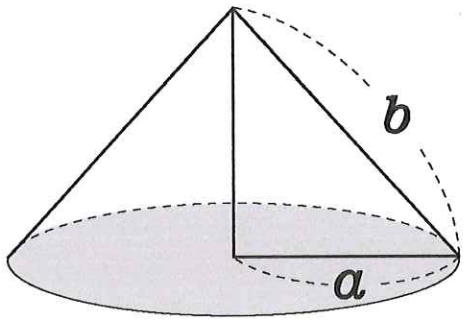
$=\pi r(r+R)$



$\pi\cdot a^2+\pi\cdot c^2\times\dfrac{a}{c}$

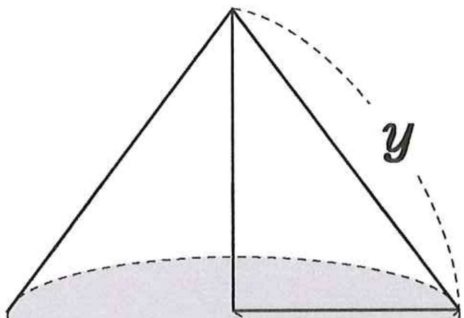
$=\pi a^2 2+\pi\cdot c\cdot a$

$=\pi a(a+c)$



$=\pi a^2+\pi\cdot c\cdot a$

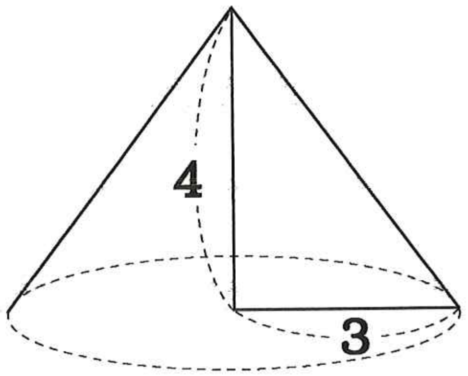
$=\pi a(a+b)$



$=\pi x^2+\pi\cdot y\cdot x$

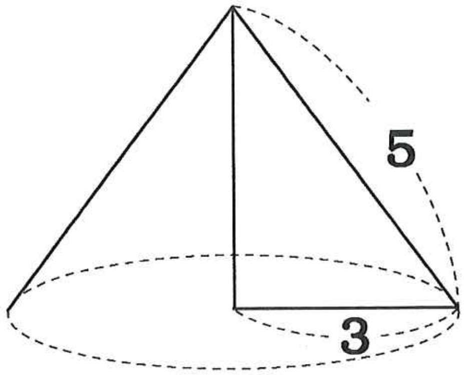
$=\pi x(x+y)$

次の**見取図**が示す**円すい**の**角度**
長さ、面積、体積の表を完成せよ。



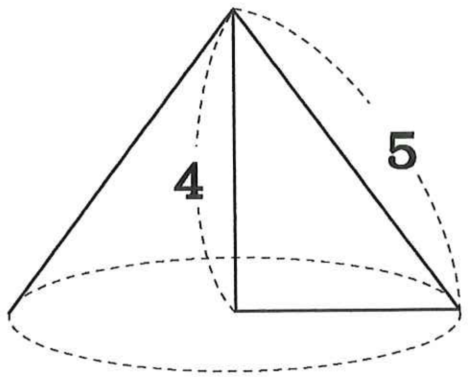
	求める式	値
底面の円の**半径**		3
底面の円の**面積**	$\pi \cdot 3^2$	9π
側面の扇形の**母線**	$\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}$	5
側面の扇形の**中心角**	$360° \times \frac{3}{5}$	216°
側面の扇形の**面積**	$\pi \cdot 5^2 \times \frac{3}{5}$	15π
円すいの**高さ**		4
円すいの**体積**	$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 4$	12π
円すいの**表面積**	$9\pi + 15\pi$	24π

次の見取図が示す円すいの角度長さ、面積、体積の表を完成せよ。



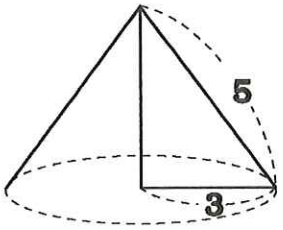
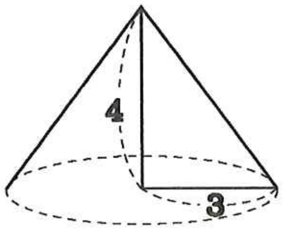
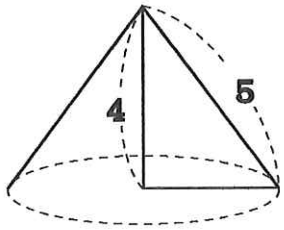
	求める式	値
底面の円の半径		3
底面の円の面積	$\pi \cdot 3^2$	9π
側面の扇形の母線		5
側面の扇形の中心角	$360° \times \frac{3}{5}$	216°
側面の扇形の面積	$\pi \cdot 5^2 \times \frac{3}{5}$	15π
円すいの高さ	$\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}$	4
円すいの体積	$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 4$	12π
円すいの表面積	$9\pi+15\pi$	24π

次の見取図が示す円すいの角度
長さ、面積、体積の表を完成せよ。

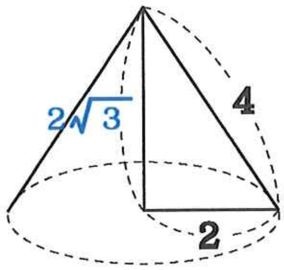
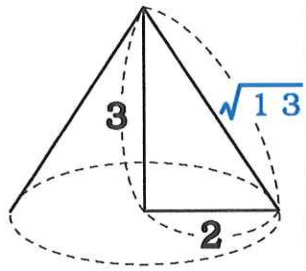
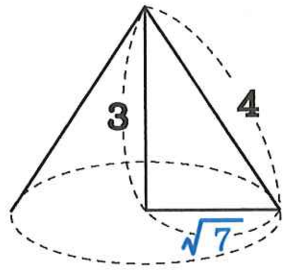


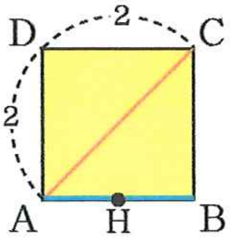
	求める式	値
底面の円の半径	$\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}$	3
底面の円の面積	$\pi \cdot 3^2$	9π
側面の扇形の母線		5
側面の扇形の中心角	$360° \times \frac{3}{5}$	216°
側面の扇形の面積	$\pi \cdot 5^2 \times \frac{3}{5}$	15π
円すいの高さ		4
円すいの体積	$\frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 4$	12π
円すいの表面積	$9\pi+15\pi$	24π

次の見取図が示す**円すい**について下の表を完成しなさい。
（ただし値ではなく求め方を示しなさい。）
（円周率はπを用いよ。）

			
底面の**半径**	3	3	$\sqrt{5^2-4^2}$ $=3$
底面の**面積**	㋐ $\pi\cdot 3^2$	㋕ $\pi\cdot 3^2$	㋚ $\pi\cdot 3^2$
側面の**母線**	5	$\sqrt{3^2-4^2}$ $=5$	5
側面の**中心角**	$360^\circ\times\frac{3}{5}$	$360^\circ\times\frac{3}{5}$	$360^\circ\times\frac{3}{5}$
側面の**面積**	㋑ $\pi\cdot 5^2\times\frac{3}{5}$	㋖ $\pi\cdot 5^2\times\frac{3}{5}$	㋛ $\pi\cdot 5^2\times\frac{3}{5}$
円すいの**高さ**	$\sqrt{5^2-3^2}$ $=4$	4	4
円すいの**体積**	$\frac{1}{3}\pi\cdot 3^2\cdot 4$	$\frac{1}{3}\pi\cdot 3^2\cdot 4$	$\frac{1}{3}\pi\cdot 3^2\cdot 4$
円すいの**表面積**	㋐＋㋑ 24π	㋕＋㋖ 24π	㋚＋㋛ 24π

次の見取図が示す**円すい**について下の表を完成しなさい。
（ただし値ではなく求めかたを示しなさい。）
（円周率はπを用いよ。）

			
底面の半径	2	2	$\sqrt{4^2-3^2}$ $=\sqrt{7}$
底面の面積	$2\times2\times\pi$ $=4\pi$	$2\times2\times\pi$ $=4\pi$	$\sqrt{7}\times\sqrt{7}\times\pi$ $=7\pi$
側面の母線	4	$\sqrt{2^2+3^2}$ $=\sqrt{13}$	4
側面の中心角	$360^\circ\times\frac{2}{4}$ $=180^\circ$	$360^\circ\times\frac{2}{\sqrt{13}}$	$360^\circ\times\frac{\sqrt{7}}{4}$ $=90\sqrt{7}$
側面の面積	$4\times4\times\pi\times\frac{2}{4}$ $=8\pi$	$\sqrt{13}\times\sqrt{13}\times\pi\times\frac{2}{\sqrt{13}}$ $=2\sqrt{13}\pi$	$4\times4\times\pi\times\frac{\sqrt{7}}{4}$ $=4\sqrt{7}\pi$
円すいの高さ	$\sqrt{4^2-2^2}$ $=2\sqrt{3}$	3	3
円すいの体積	$4\pi\times2\sqrt{3}\times\frac{1}{3}$ $=\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$	$4\pi\times3\times\frac{1}{3}$ $=4\pi$	$7\pi\times3\times\frac{1}{3}$ $=7\pi$
円すいの表面積	$4\pi+8\pi$	$4\pi+2\sqrt{13}\pi$	$7\pi+4\sqrt{7}\pi$



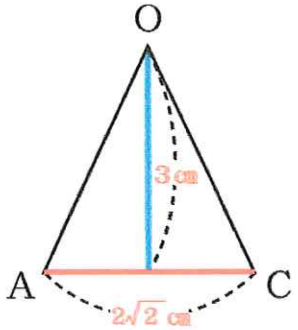
正四角錐

底面の対角線

$AC = 2\sqrt{2}$ cm

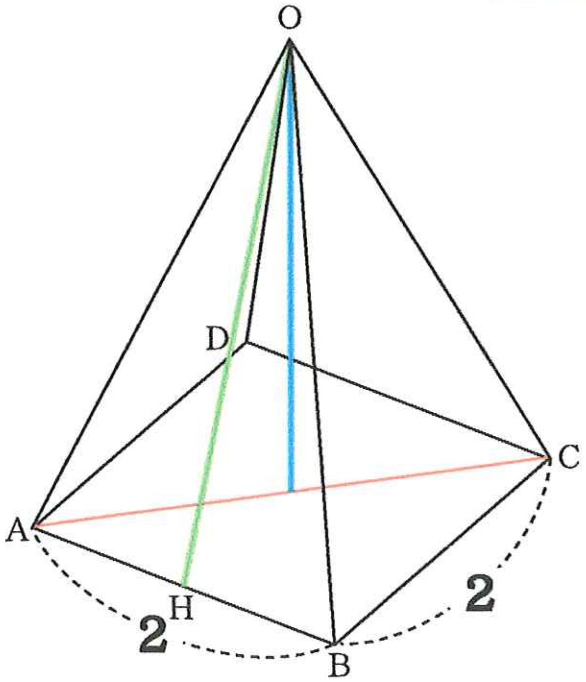
OA＝OC＝OB＝OD

$OA = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + 3^2} = \sqrt{11}$



正四角錐の体積 ＝ 底面積×高さ×$\frac{1}{3}$

$= 2 \times 2 \times 3 \times \frac{1}{3} = 4$ (cm³)



$OH = \sqrt{OA^2 - 1^2}$

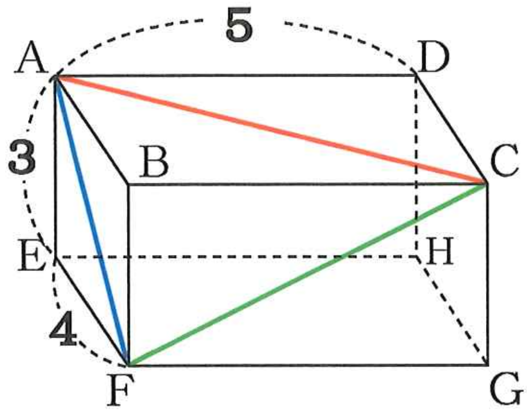
$= \sqrt{\sqrt{11}^2 - 1^2} = \sqrt{10}$

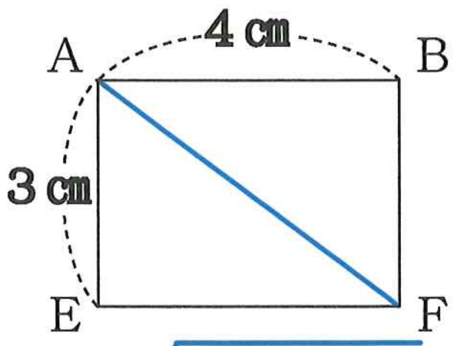
$\triangle OAB = 2 \times \sqrt{10} \times \frac{1}{2} = \sqrt{10}$

表面積 ＝ 底面積 ＋ 側面積

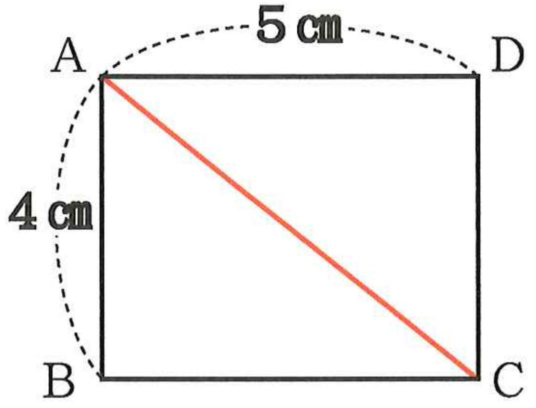
$4\text{cm}^2 + 4\sqrt{10}\text{ cm}^2$

角錐への応用

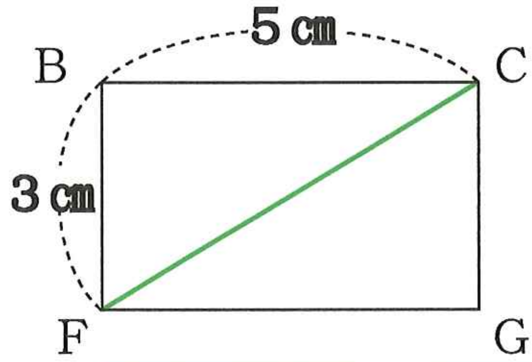




$AF = \sqrt{3^2+4^2} = 5$



$AC = \sqrt{4^2+5^2} = \sqrt{41}$



$FC = \sqrt{3^2+5^2} = \sqrt{34}$

ＡＢ＝４㎝
ＡＤ＝５㎝
ＡＥ＝３㎝

その１
上の図のような直方体を
頂点Ａ、Ｆ、Ｃを
とおる平面で切るとき、
次の問いに答えよ。

① 三角錐Ｂ－ＡＦＧの体積を求めよ。

② 示された線分の長さを全て求めよ

③ 三角形ＡＦＧの面積

④ 頂点Ｂから、平面ＡＦＧに引いた
垂線の長さを求めよ.

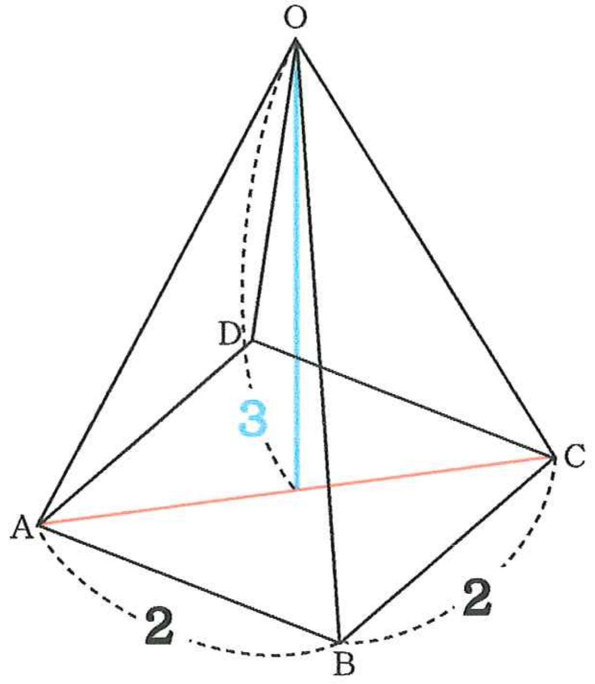
その２

右の図は
底面が**１**辺**２**㎝の正方形で
高さが**３**㎝の
正四角錐です。

この正四角錐の

表面積と体積を求めよ。

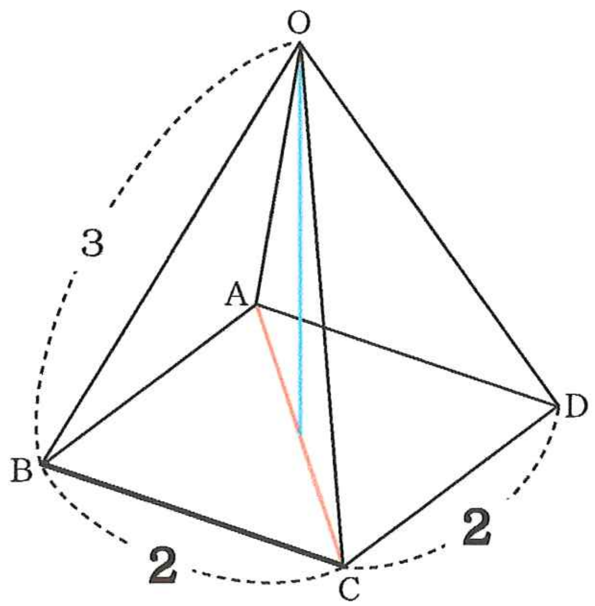
(解は３２Ｐ参照)

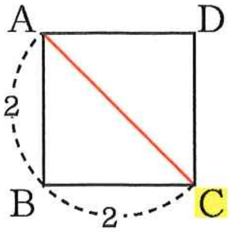


その３

右の図の正四角錐は
底面が**１**辺**２**㎝の正方形で、
側面は等しい辺が**３**㎝の
二等辺三角形です。

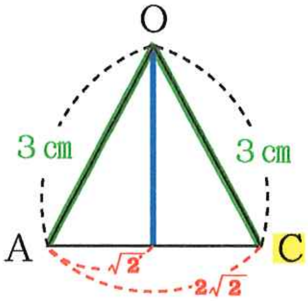
この正四角錐の
高さと表面積と体積を求めよ。





底面の対角線

$= AC = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$



四角錐の高さ

$= \sqrt{3^2 - \sqrt{2}^2}$

$= \sqrt{7}$

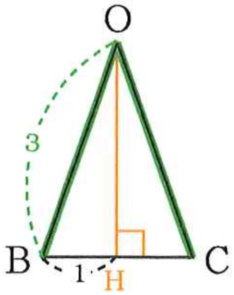
四角錐の体積

$=$ 底面積×高さ×$\frac{1}{3}$

$= 4 \times \sqrt{7} \times \frac{1}{3}$

$= \frac{4\sqrt{7}}{3}$ (㎝^{3})

四角錐の側面の三角形



四角錐の表面積

$=$ 底面積＋側面積

$= 4 + 2\sqrt{2} \times 4$

$= 4 + 8\sqrt{2}$ (㎝^{3})

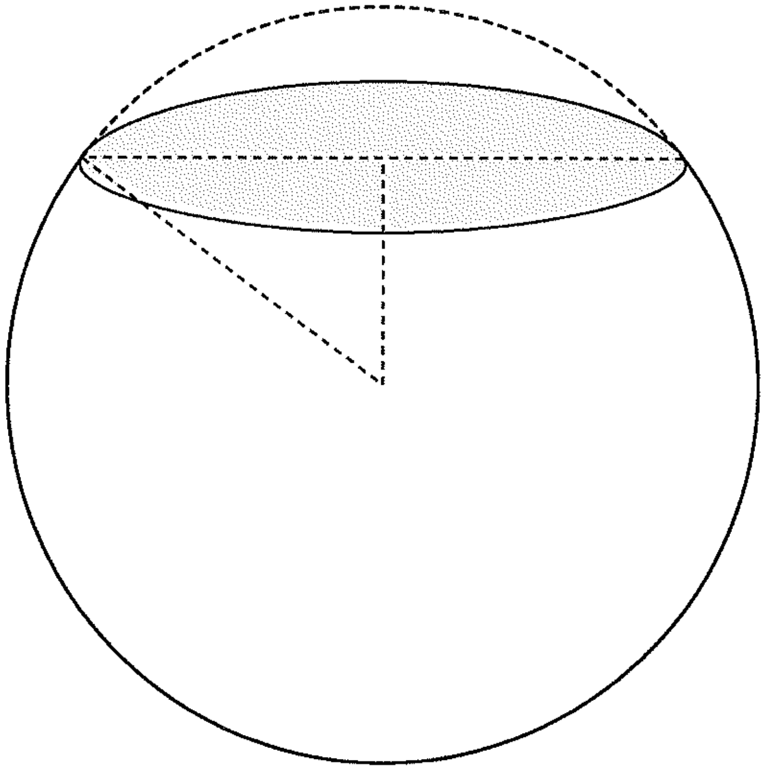
BCを底辺としたときの

高さOH$= \sqrt{3^2 - 1^2}$ ⟶ 面積

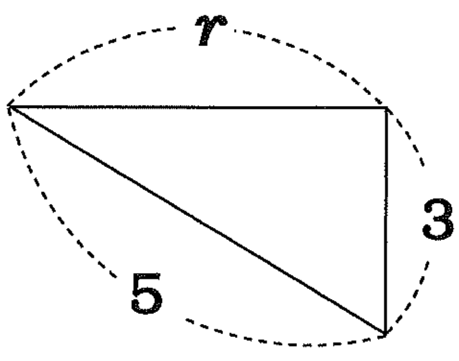
$= 2\sqrt{2}$

$= 2 \times 2\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 2\sqrt{2}$

球への応用



上の図のように
半径５㎝の球の中心から
３㎝の距離にある平面で切ったとき、
その切り口の円の
半径と面積を求めよ



半径 $r = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4$

面積 $s = \pi \times 4^2 = 16\pi$