

第4章 ツルカメ算

第1節 小を基準に考える

昔から、
[ツル] と [カメ] の
[頭の数の和] と [足の数の和] が
分かっている時に、

[ツル] と [カメ] の
それぞれの [頭の数] を求めるような型の問題を、
[ツルカメ算] と呼んでいます。

しかし、
ツルとカメの問題から、つるかめ算を説明すると
つまづく人が多いので、
少しちがった形で案内してみることにしましょう。

例 1

ある品物 [1個] の値段は [40円] です。
付録ふろくがつくと [10円] 高くなります。
[付録つき] と [付録なし] とを合わせて
[10個] 買って [430円] 払はらいました。
[付録付き] の品物を
[いくつ] 買ったのでしょうか。

[考え方]

①

[1個] につき [40円] の品物を
[10個] 買うと
[40円 × 10] = [400円] ですが、

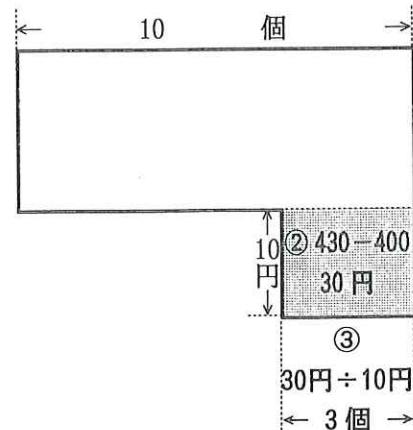
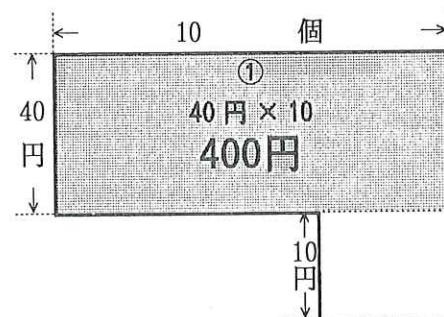
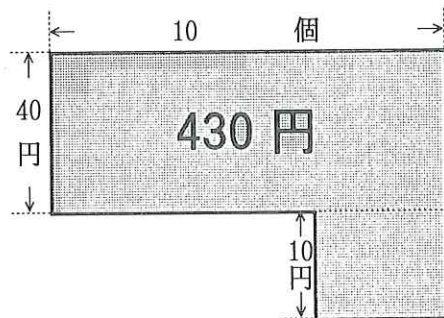
②

じっさいに払ったのは [430円] ですから、
[400円] より多い
[30円] 分が [ふろく代] です。

③

[ふろく1個] は [10円] ですから
[30円 ÷ 10円] = [3]
[3個のふろく付き] を買ったのだと言えます。

○の中の数字は、計算の順序・レベルを表わします。



例 1 の問題を次のように変えると
ツルカメ算とよばれる問題に変わります。

例 2

ある品物 1 個の値段は 40 円です。
付録がつくと 50 円になります。
10 個買って 430 円払いました。
ふろく付きの品物をいくつ買ったのでしょうか。

(別解参照)

[考え方]

①

[1 個] につき [40 円] の品物を
[10 個] 買うと
[40 円 × 10] = [400 円] ですが、

②

じっさいに払ったのは [430 円] ですから、
[400 円] より多い
[30 円] 分が
[ふろく] がついて高くなった分です。

①

[ふろく] が付いて高くなるのは
[1 個] につき
[50 円 - 40 円] の [10 円] ですから、
～この部分だけが例 1 より変化した部分～

③

[30 円 ÷ 10 円] = [3]
[3 個のふろく付き] を買ったのだと言えます。

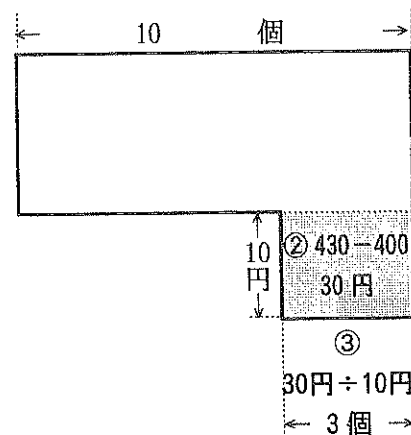
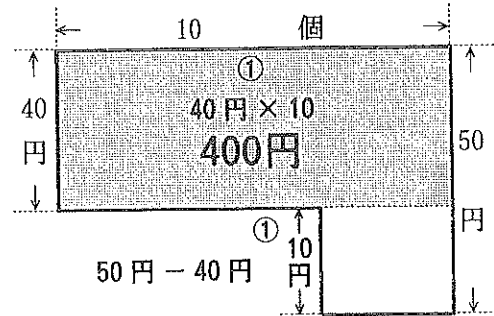
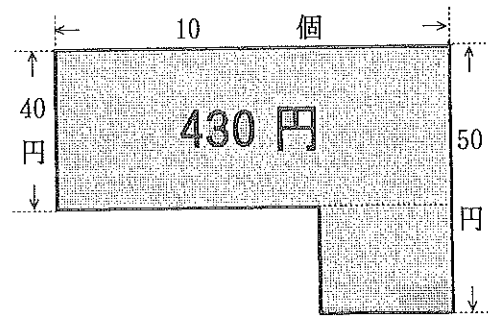
①～④ などの中に、
同じ番号があるのは、
計算の順序が
同じレベルにあることを示します。

つまり、

① は、
問題の中にある数字をそのまま使って、
計算したものです。

② は、
問題の中の数字と、① を使って
計算したものです。

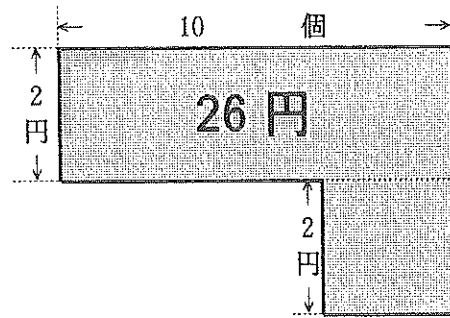
以下同じように進みます。



例 3

ある品物 1 個の値段は 2 円です。
付録がつくと 2 円高くなります。
10 個買って 26 円払いました。

付録付きの品物をいくつ買ったのでしょうか。
付録なしの品物をいくつ買ったのでしょうか。

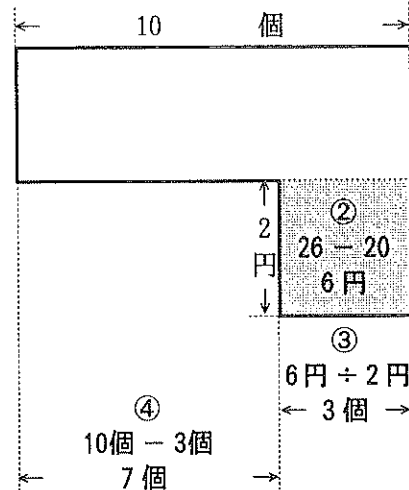
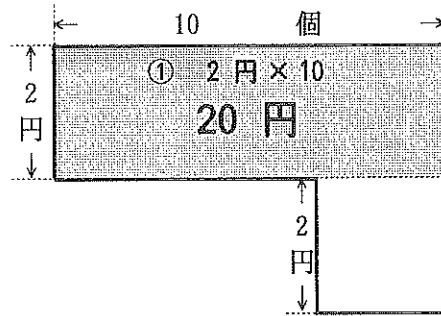


[考え方]

例 1 と全く同じ形の問題ですが、

[1 個の値段] と [付録の値段] が
同じ数字 [2] となっていますから
少し分かりにくくなる可能性があります。

- ① [1 個] につき [2 円] の品物を
[10 個] 買うと
[2 円 × 10] = [20 円] ですが、
- ② じっさいに払ったのは [26 円] ですから、
[20 円] より多い
[6 円] 分が [ふろく代] です。
- ③ [ふろく 1 個] は [2 円] ですから
[6 円 ÷ 2 円] = [3]
[3 個のふろく付き] を買ったのだと言えます。
- ④ [付録なし] は、
[全体の 10 個 - 付録付きの 3 個]
= [7 個]



例 3 は 例 2 と全く同じ形の問題ですが、
数字が、
もとの値段が [2] 円で、
高くなるのも [2] 円。

ちが
違う部分を表わしているのに
数字が同じというのは
けっこうややこしいものですから
練習しておきましょう。

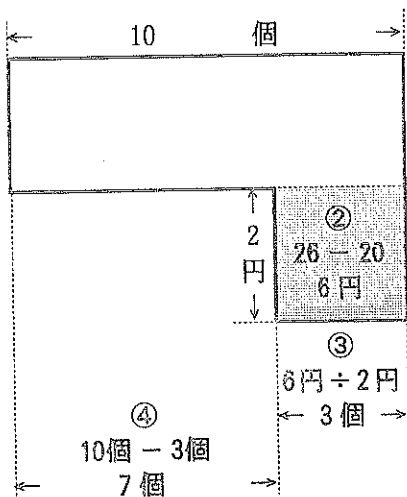
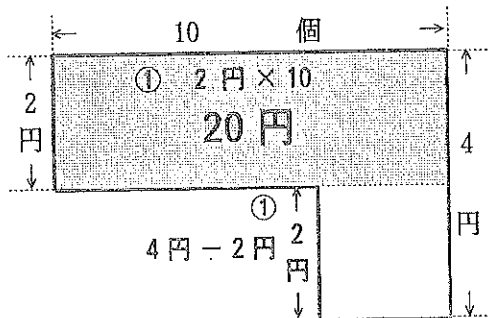
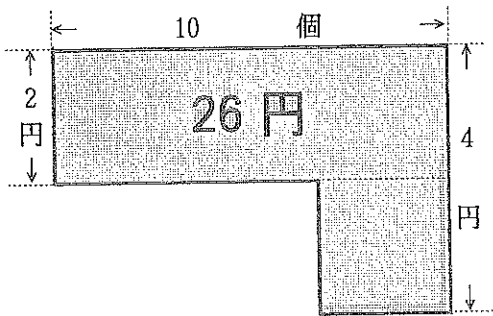
これを、次のように言い換えると
ツルカメ算的^かです。

例 4

ある品物 1 個の値段は 2 円です。
付録付きは 4 円です。
10 個買って 26 円払いました。

付録付きの品物をいくつ買ったのでしょうか。
付録なしの品物をいくつ買ったのでしょうか。

(別解参照)



例 4 を次のように変えると、ツルカメ算。

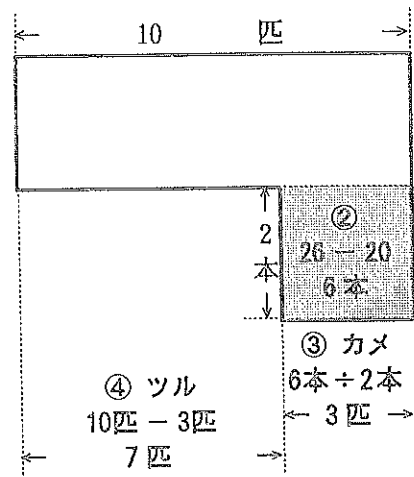
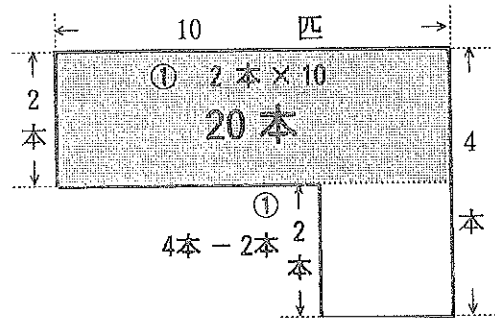
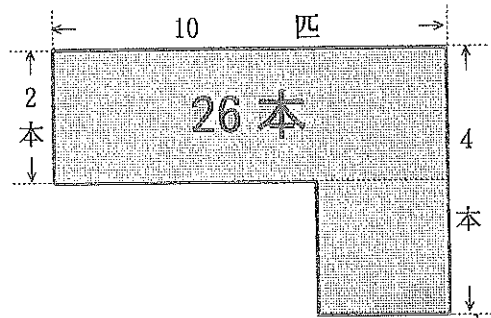
例 5

ツルとカメと合わせて 10 ぴきいます。
足の数は合わせて 26 本です。

ツルとカメ、それぞれの数はいくらですか。

(『ツルの足は 2 本、カメの足は 4 本』
とは書いていませんが、常識。)

(別解参照)



ツルが 7 匹^{ひき}というのは国語として変ですが、
算数ではがまんすることにします。

例 6

ある工場では
こうじょう
 日給が [4000 円]
にっきゅう
ざんぎょう
 残業をすると、1日に別に
 [1000 円] もらえます。

[10 日] 働いて
 [46000 円] もらいました。

何日残業しましたか。

[考え方]

① [4000 円] の日が [10 日] だとすると、
 $[4000 \text{ 円} \times 10] = [40000 \text{ 円}]$ ですが、

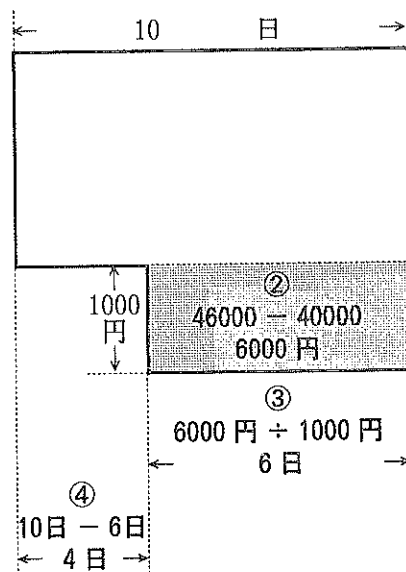
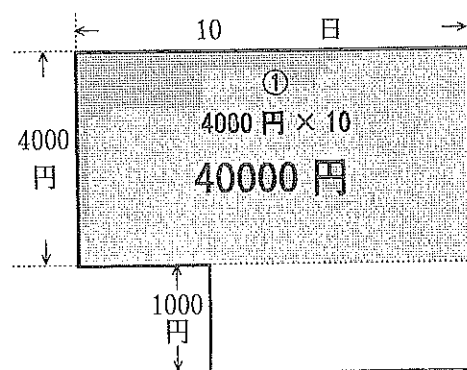
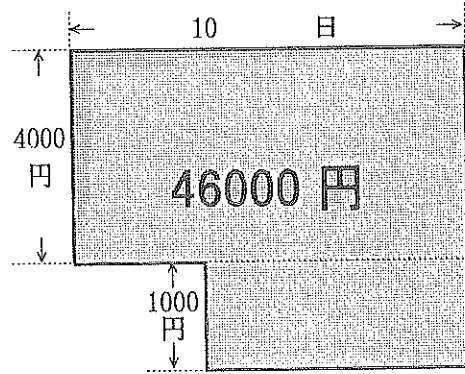
② じっさいにもらったのは [46000 円] ですから、
 [40000 円] より多い
 [6000 円] 分が
 [残業代] です。

[残業] してもらえるお金は
 [1 日] につき
 [1000 円] ですから、

③ $[6000 \text{ 円} \div 1000 \text{ 円}] = [6]$
 [6 日の残業] をしたのだと言えます。

④ 問題ではたずねていませんが、
 [残業をしなかった日] は、
 [全体の10 日] から
 [残業をした6 日] を引いて
 [4 日]

問題でたずねられていることだけに
 答えるのではなく、
 自分で問題を作って答えていくと、
 非常に算数の力がつきます。



例 7

ある工場では日給が 4000 円
 残業をすると日給 5000 円になります。
 10 日働いて 46000 円もらいました。

何日残業しましたか。

[例 6] の問題とほとんど変わりありません。

[考え方] (別解参照)

① [4000 円] の日が [10 日] だとすると、
 [4000 円 × 10] = [40000 円] ですが、

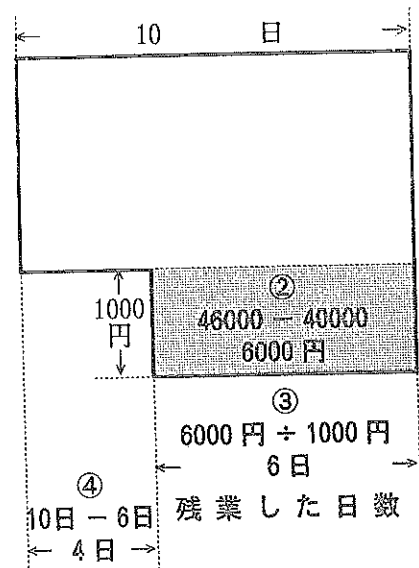
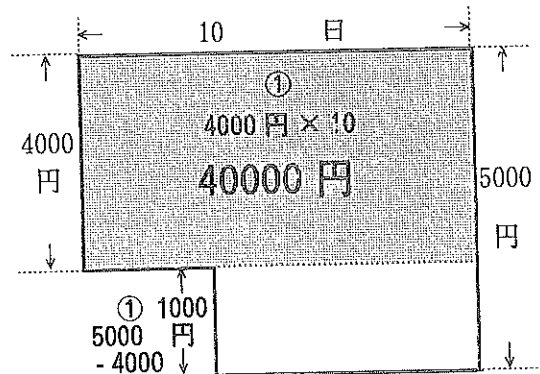
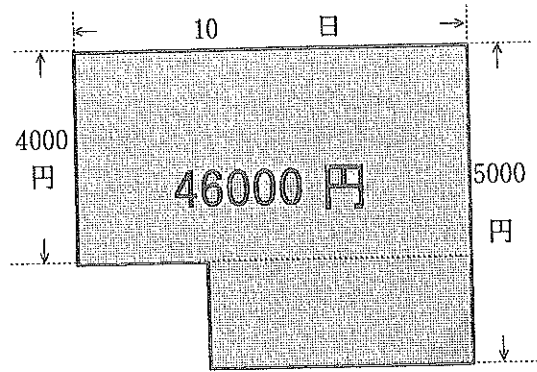
② じっさいにもらったのは [46000 円] ですから、
 [40000 円] より多い
 [6000 円] 分が
 [残業代] です。

① [残業] して余分にもらえるお金は
 [1 日] につき
 [5000 円 - 4000 円] の
 [1000 円] ですから、

③ [6000 円 ÷ 1000 円] = [6]

[6 日の残業] をしたのだと言えます。

[単位あたりの差] が、[いくつか] 集まって
 [全体の差] となる、と考えるわけですが、
 [単位あたりの差] も [全体の差] も
 問題文には直接表わされていない点が
 むずかしく見えるところです。



問題でたずねられてはいませんが、
 残業しなかった日数は④の4日です。
 たずねられていないことも考えると
 算数の腕前はぐんと上がります。

第2節 大を基準にして求める

～ 別解シリーズ ～

[例2の別解]

ある品物1個の値段は40円です。
付録がつくと50円になります。
10個買って430円払いました。

付録付きの品物をいくつ買ったのでしょうか。

[考え方]

今まで、全て、
1つ当たりの量の小さい方から求めましたが、
1つ当たりの量の大きい方から求めてみましょう。

①
[1個] あたり [50円] の品物を
[10個] 買うと
[50円 × 10] = [500円] ですが、

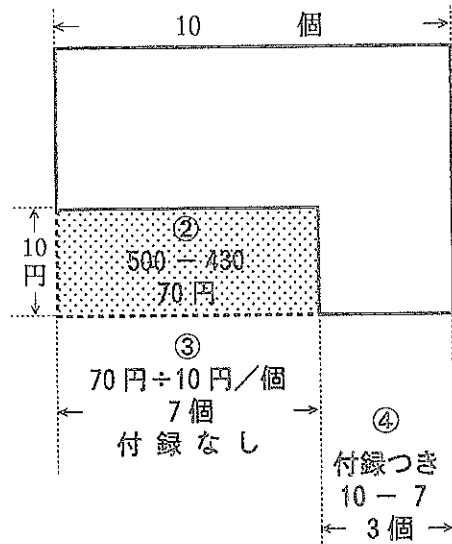
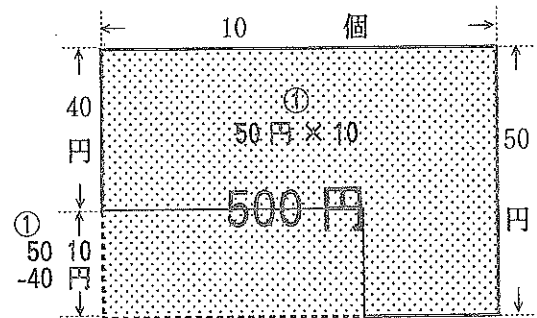
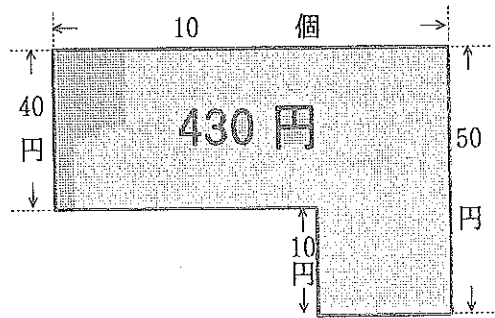
②
じっさいに払ったのは [430円] ですから、
[500円] より少ない
[70円] 分を少なくしなければなりません。

[ふろく] がなくて [安くなった分] です。

③
[ふろく] がなくて安くなるのは、
[1個] につき
[50円 - 40円] の [10円] ですから、

④
[付録なし] は、
[70円 ÷ 10円] = [7] 個

⑤
[付録あり] は、
[全体の10個] から
[付録なしの7個] を引いて、
[3個] を買ったのだと言えます。



[例4の別解]

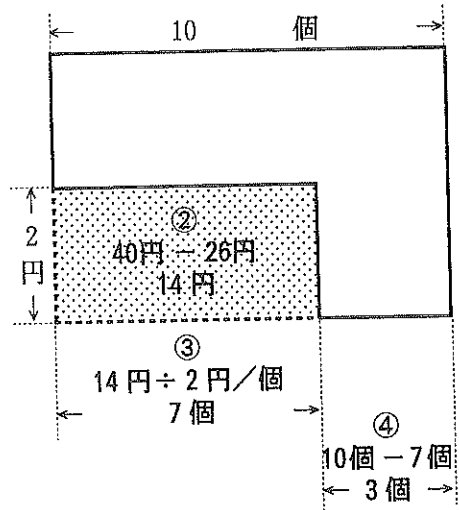
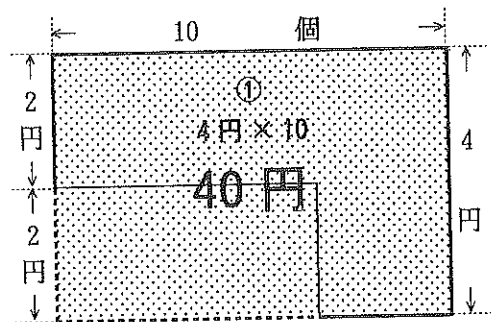
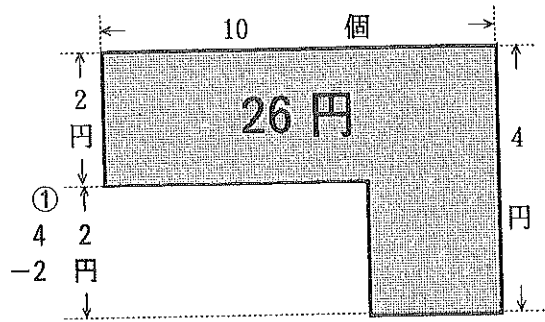
ある品物1個の値段は2円です。
 付録付きは4円です。
 10個買って26円払いました。
 付録付きの品物をいくつ買ったのでしょうか。

[考え方]

- ① [1個]につき[4円]の品物を [10個] 買うと [4円 × 10] = [40円] ですが、
- ② じっさいに払ったのは [26円] ですから、 [40円] より少ない [40円 - 26円] = [14円] 分を 少なくしなければなりません。

[ふろく] がなくて安くなった分です。

- ① [ふろく] がなくて安くなるのは [1個] につき [4円 - 2円] の [2円] ですから、
- ③ [14円 ÷ 2円] = [7] 個 [7個のふろく無し] を買ったのだと言えます。
- ④ ですから、 [付録付き] は、 [10 - 7] = [3] 個です。



[例5の別解]

ツルとカメと合わせて10匹います。
足の数は合わせて26本です。

ツルとカメ、それぞれの数はいくらですか。

[考え方]

①

[4本足]のカメ[10匹]で
[4本×10 = 40本]ですが、

②

じっさいにあるのは[26本の足]ですから、
[40本]より少ない
[40本 - 26本] = [14本]分を
少なくしなければなりません。

[4本足]を[2本足]にすれば、すなわち、

[カメ]を[ツル]に変えれば
足の数が減ります。

①

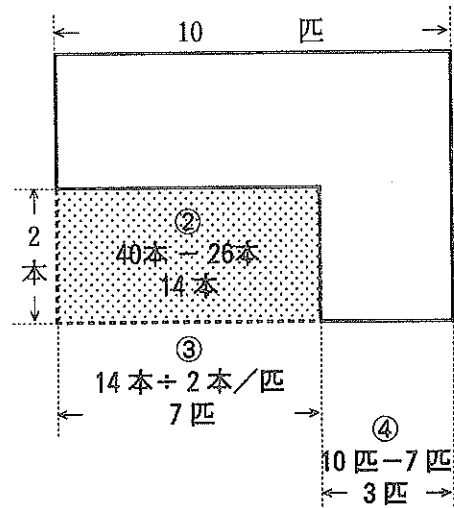
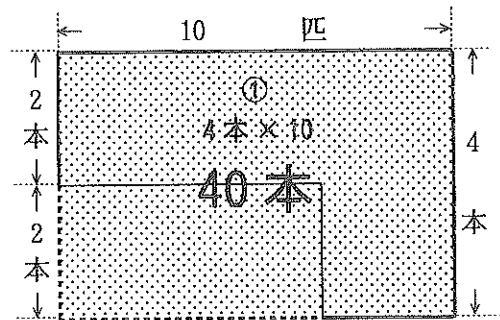
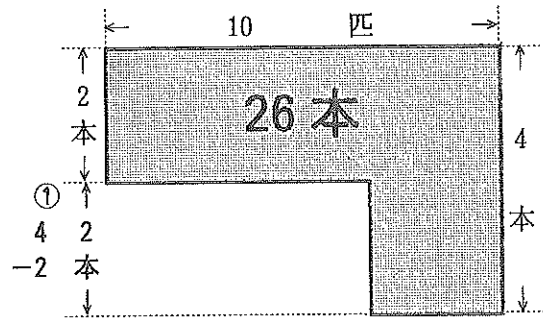
[カメの4本足]を[ツルの2本足]にすれば
[1匹]につき
[4本 - 2本]の[2本]減るので、

③

[14本 ÷ 2本/匹] = [7匹]
[7匹の2本足]、つまり、
[7匹のツル]がいるのです。

④

[足が4本]である[カメ]は、
[10 - 7] = [3匹]



[例7の別解]

ある工場では日給が4000円
 残業をすると日給5000円になります。
 10日働いて46000円もらいました。

何日残業しましたか。

[考え方]

① [5000円]の日給の日が[10日]とすると、
 もらったお金は、

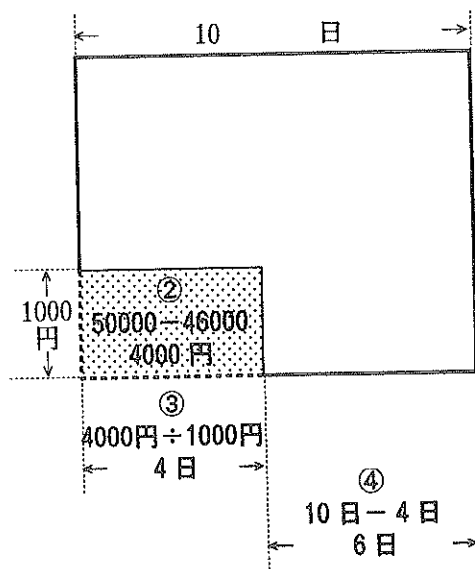
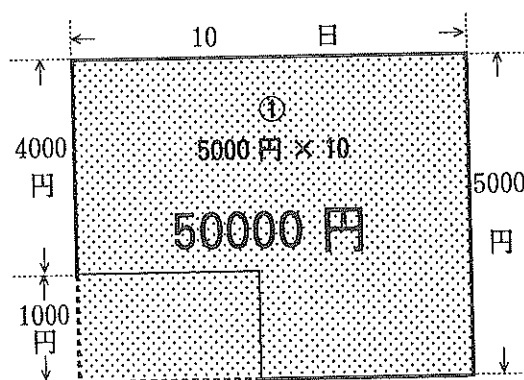
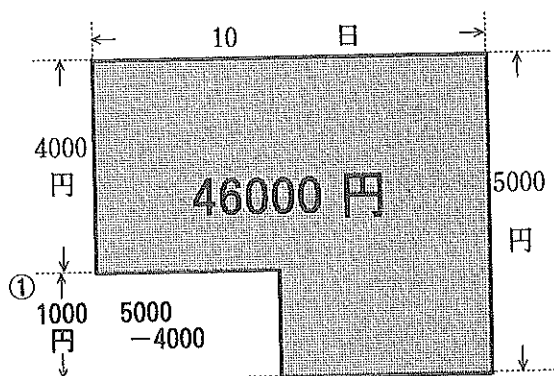
[5000円 × 10] = [50000円]ですが、

② 実際にもらったのは[46000円]ですから、
 [5万円]より少ない
 [50000円 - 46000円]の[4000円]が
 [残業]がなくて[安くなった分]です。

③ [残業]がなくて安くなるのは
 [1日]につき
 [5000円 - 4000円]の[1000円]ですから、

④ [4000円 ÷ 1000円] = [4]
 [残業をしなかった日は4日]だと言えます。

⑤ ですから、
 [残業をした日]
 = [全日数 - 残業をしなかった日]
 = [10日 - 4日]
 = [6日]



第3節 複雑なツルカメ算

例 9

ある人が製品^{せいひん}1個を仕上げると
 [1個]につき[50円]ずつもらえます。
 しかし
 もし材料をこわした時には
 [仕上げ代]をもらわないだけでなく
 [1個]につき
 [150円]の[材料代]をはらう約束です。
 この人が、こわれたのもふくめて
 [300個]の仕事をして
 [13000円]を受け取りました。

何個の材料を壊^{こわ}しましたか。

この問題を
 図解して解く方法もあるのですが、
 無理して図で理解しようとする方が
 分かりやすいようです。

[考え方]

もしも、
 1つもこわさなかった とすれば、

$[50 \text{ 円} \times 300] = [15000 \text{ 円}]$ を
 受け取るはずですが。

ところが、
 $[13000 \text{ 円}]$ を受け取っているのですから、

$[15000 \text{ 円} - 13000 \text{ 円}]$
 $= [2000 \text{ 円}]$
 少なくなっています。

[1つ失敗する] ごとに、
 $[50 \text{ 円}]$ の [仕上げ代] が入らないだけでなく、
 $[150 \text{ 円}]$ の [材料代] も引かれるのですから、

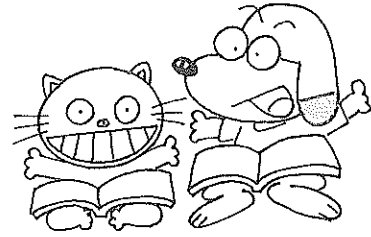
[1つ失敗する] ごとに、
 $[50 \text{ 円} + 150 \text{ 円}] = [200 \text{ 円}]$ を
 [引かれ] ます。

[1つ] こわすたびに
 $[200 \text{ 円}]$ 引かれて、その結果、
 $[2000 \text{ 円}]$ 少なくなるのですから、

$[2000 \text{ 円} \div 200 \text{ 円/個}]$
 $= [10 \text{ 個}]$ を
 こわしたことになります。

完成させた個数は、当然、
 $[\text{全体の個数} - \text{こわした個数}]$
 $= [300 \text{ 個} - 10 \text{ 個}]$
 $= [290 \text{ 個}]$ です。

次の表でも考えてみてください。



☆ 表は、
上から下へ、
そして [←] の方へ
読んでください。

完成させた 個数	こわした 個数	全部を仕上げた時に もらえるお金の 15000円と比べて 減った金額	実際に もらった金額
300個	0個	15000 - 15000 0円	← 15000円
③ 300 - 1 299個 完成	② 200 ÷ 200 ← 1個 こわした	① 15000 - 14800 ← 200円 減った	← 14800円 もらった
300 - 2 298個	400 ÷ 200 ← 2個	15000 - 14600 ← 400円	← 14600円
300 - 3 297個	600 ÷ 200 ← 3個	15000 - 14400 ← 600円	← 14400円
~~~~~			
③ 300 - 10 290個 完成	② 2000 ÷ 200 ← 10個 こわした	① 15000 - 13000 ← 2000円 減った	← 13000円 もらった