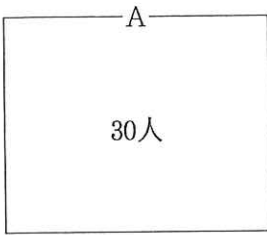


第5章 集合

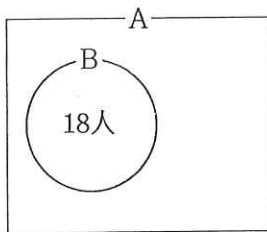
第1節 集合をベン図で解く

最初にベン図の説明をします。

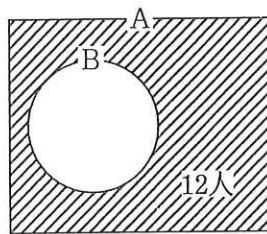
[ベン図]とは イギリスの
[ジョン・ベン という 論理学者
が使い始めたことからついた名前です。



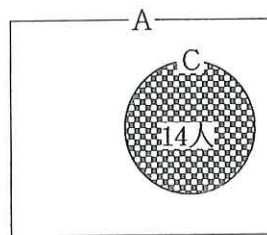
クラス全体の集まりを
[Aの箱]で表わします。
人数を
[30人]とします。



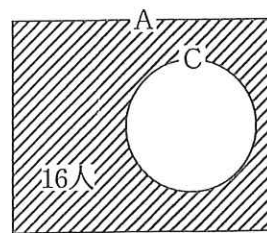
[イヌを好きな人]を
[Bの円]で表わす。
[18人]とします。



[斜線部分]は
[イヌを好きでない人]
となります。
[30 - 18]で
[12人]になります。

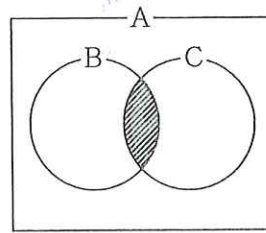


[ネコを好きな人]を
[Cの円]で表わす。
[14人]とします。



[斜線部分]は
[ネコを好きでない人]
となります。
[30 - 14]で
[16人]となります。

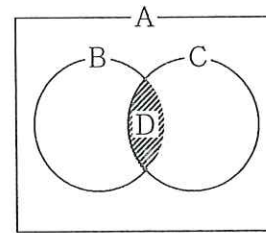
[イヌを好きな人]と[ネコを好きな人]を
一度に表わすと、



[イヌもネコも好きな人]
を[BとCの重なり]
で表わすことができます。

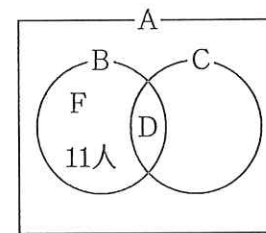
[斜線部分]

[BとCの重なった部分]を
[D]と表わすことにしましょう。



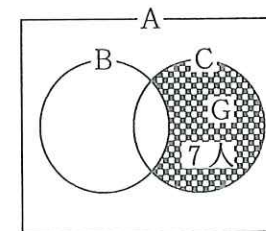
[Dの人数]を
[7人]にします。

[イヌを好き]であるけれど
[ネコを好きではない人]を
[F]で表わすことにしましょう。



[Bの人数 - Dの人数]
つまり、
[18 - 7]で
[11人]

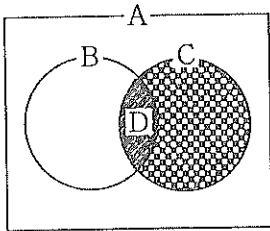
[ネコを好き]であるけれど
[イヌを好きではない人]を
[Gの部分]で表わすことにしましょう。



[Cの人数 - Dの人数]
つまり、
[14 - 7]で
[7人]

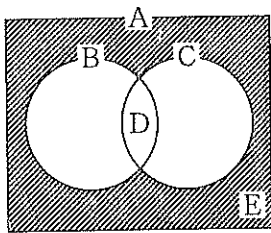
[イヌ] か [ネコ] の
 [少なくともどちらか一方] は [好き] の人は
 $[B + C - D]$ で求めることができます。

[この集まり] を表わすのに
 [1つの文字] [R] で表わしましょう。



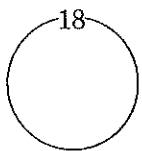
[イヌ] か [ネコ] の
 どちらか一方は好き
 である人は、
 $[18 + 14 - 7]$ で
 [25人]

[A] のうち、
 [BにもCにも] [ふくまれない部分] を
 [E] [斜線部分] と表わすことにします。

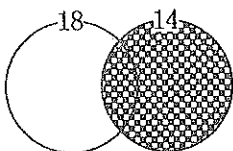


[E 以外] の人数は
 [25人] ですから、

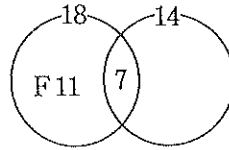
[E] の人数は
 $[30 - 25]$ で
 [5人]



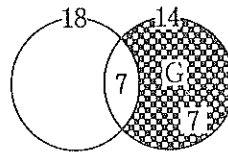
このように、
 線を割って数字を書いて、
 その枠全体の数量を
 書き表すことにしましょう。



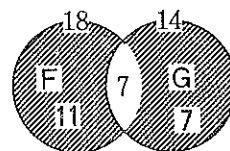
[B] には含まれるけれど、
 [C] には含まれない人を [F] で表わし、
 人数をその枠内に書くことにします。



[C] には含まれるけれど、
 [B] には含まれない人を [G] で表わし、
 人数をその枠内に書くことにします。



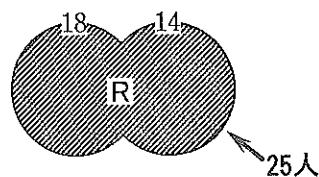
重なった部分が [7人] のとき、



$$[F] = 18 - 7 = [11]$$

$$[G] = 14 - 7 = [7]$$

[少なくともどちらか一方は好きな人の数]
 については、次の図のように、
 外側の線を太めにして、
 外側から矢印をつけて
 数字を示すことにします。



$$\begin{aligned} [R] &= B + C - D \\ &= 18 + 14 - 7 \\ &= 25 \end{aligned}$$

誤解はないと思いますが、

それぞれの部分を表している
 A、B、C などの文字は、
 そのときのつごうで何でもかまいません。

例 1

30人のクラスのうち
イヌが好きな人が18人
ネコが好きな人が14人
どちらも好きでない人が5人います。

どちらも好きな人は何人いますか。

第1節 【ベン図で解く】、

第2節 【線分図で解く】、

第3節 【表で解く】の

3つの解き方のうち、

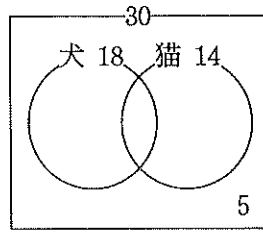
それぞれ、
皆さんが
最も気に入った方法で解いてもよいのですが、

のちのち
後々、

より複雑な問題を解き進むためには

「ベン図」を用いて
考えることができるようにしておくとう便利です。

それで、
「ベン図」での解き方を最初に学びます。



イヌを好きな人 18人

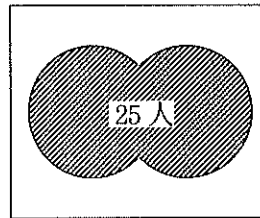
ネコを好きな人 14人

合わせて、

$$18 + 14 = 32 \text{ (人)}$$

ところが実際は全体で

$$30 - 5 = 25 \text{ (人)}$$



その差、

$$32 - 25 = 7 \text{ (人) は}$$

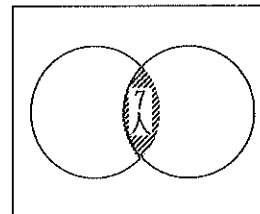
イヌを好きとも

ネコを好きとも答えた人です。

「7人」を「2回」数えているので、
実際は、「25人」なのに、
「32人」となっているのです。

ですから、

「どちらも好きな人」は、「7人」。

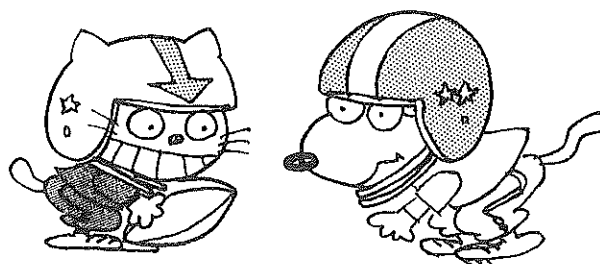


【参考】

[ある人がネコを好きである] ことを、
 例 1 の問題のように、
 [ネコが好きな人]
 と言うことがあります。

しかし、
 [ネコが好きな人] という言葉を聞いた人は、
 もしかしたら、
 [あるネコが、ある人を好きである]
 という意味にとるかも知れません。

ここでは、
 [ネコが好きな人] の意味は、
 [ネコを好きな人] の意味に限ることにします。



例 2

30人のクラスのうち
 イヌを好きな人が18人
 ネコを好きな人が14人
 どちらも好きな人が5人います。

どちらも好きでない人は何人いますか。

[注]

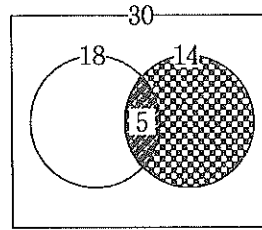
[例2]・[例3]・[例4]の問題は
 いずれも同じ数字の問題です。

皆さんにつかんでほしいのは
 [問題の型]と[解き方]です。

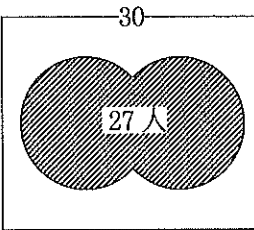
そのために、

[答えの数字]そのものは
 あえて、同じにしてあります。

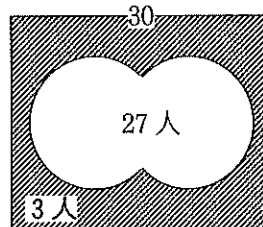
【解き方1】



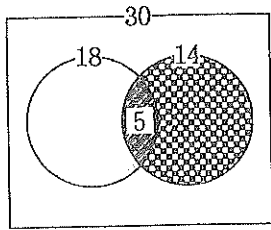
イヌを好きな人 18人
 ネコを好きな人 14人
 どちらも好きな人 5人



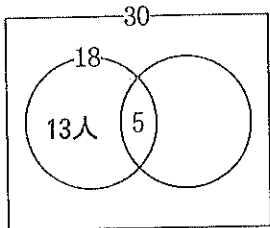
[どちらも好きでない人]
 $=$ [全体] $-$ [イヌかネコのどちらかは好きな人]
 $=$ [30] $-$ [27]
 $=$ [3] 人



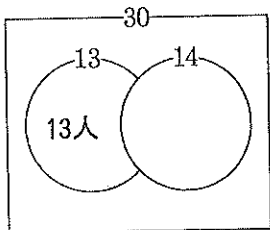
【解き方2】



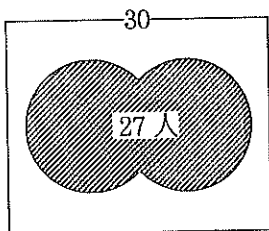
イヌを好きな人 18人
 ネコを好きな人 14人
 どちらも好きな人 5人



イヌだけを好きな人
 $18 - 5 = 13$ 人

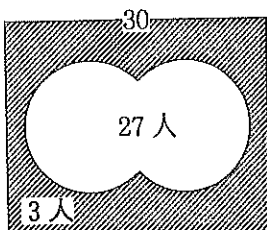


イヌだけを好きな人 13人
 ネコを好きな人 14人



[イヌかネコのどちらかは好きな人] は
 合わせて
 $[13 + 14] = [27]$ 人

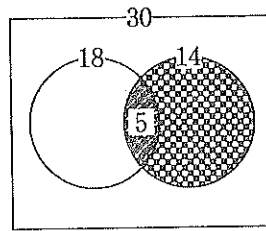
後は、【解き方1】に同じ。



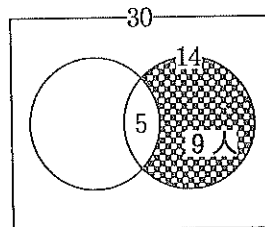
[どちらも好きでない人]
 $= [全体] - [イヌかネコのどちらかは好きな人]$
 $= [30] - [27]$
 $= [3]$ 人

【解き方3】

ほとんどと同じ考え方ですが

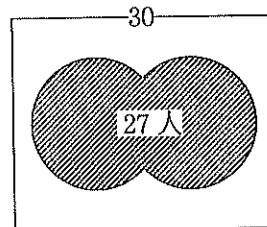
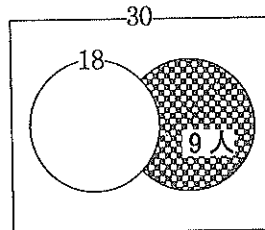


イヌを好きな人 18人
 ネコを好きな人 14人
 どちらも好きな人 5人

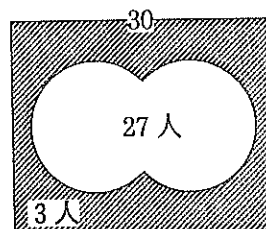


ネコだけを好きな人
 $14 - 5 = 9$ 人

[イヌかネコのどちらかは好きな人] は
 合わせて
 $[18 + 9] = [27]$ 人



後は、【解き方1】に同じ。



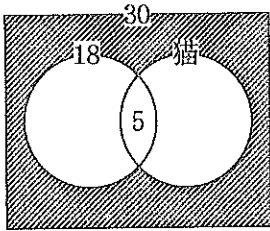
[どちらも好きでない人]
 $= [全体] - [イヌかネコのどちらかは好きな人]$
 $= [30] - [27]$
 $= [3]$ 人

例 3

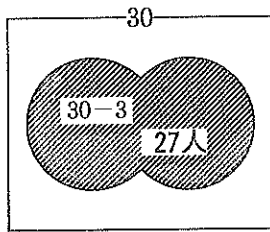
30人のクラスのうち
イヌを好きな人が18人
どちらも好きな人が5人います。
どちらも好きでない人は3人います。

ネコを好きな人は何人いますか。

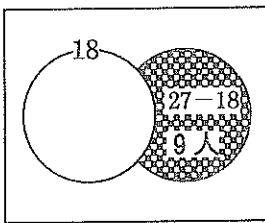
[解き方1]



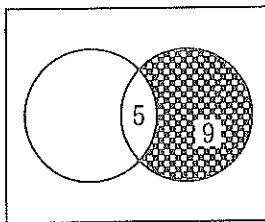
[全体] で [30人]
[どちらも好きでない人]
[3人]



[少なくとも
どちらかは好きな人]
[30 - 3]
= [27] 人



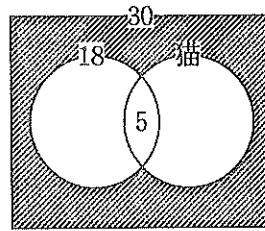
[ネコだけを好きな人]
[27 - 18]
= [9] 人



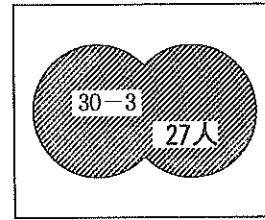
$$\begin{aligned}
 & \text{[ネコを好きな人]} \\
 &= \text{[ネコだけを好きな人]} \\
 & \quad + \text{[ネコもイヌも好きな人]} \\
 &= [9] + [5] \\
 &= [14] \text{人}
 \end{aligned}$$

[解き方2]

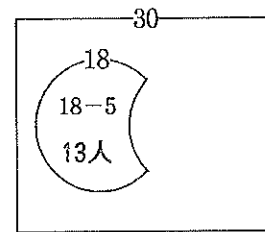
左の解き方とほとんど同じです。



[全体] で [30人]
[どちらも好きでない人]
[3人]

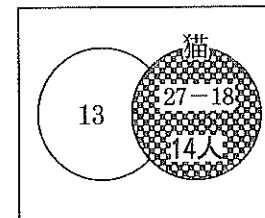


[どちらか
一方は好きな人]
[30 - 3]
= [27] 人



[イヌだけを好きな人]
[18 - 5]
= [13] 人

[ネコを好きな人] は、



$$\begin{aligned}
 & \text{[ネコを好きな人]} \\
 &= \text{[イヌかネコかどちらか一方は好きな人]} \\
 & \quad - \text{[イヌだけを好きな人]} \\
 &= [27] - [13] \\
 &= [14] \text{人}
 \end{aligned}$$

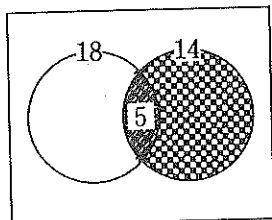
例 4

イヌを好きな人が18人
 ネコを好きな人が14人
 どちらも好きな人が5人います。
 どちらも好きでない人は3人います。

全体の人数は何人でしょう。

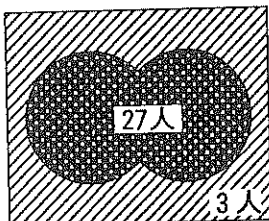
【解き方1】

[イヌを好きな人] が [18人]
 [ネコを好きな人] が [14人]
 [どちらも好きな人] が [5人]



ですから、

[犬か猫の少なくとも一方が好きな人] は
 $[18 + 14 - 5]$
 $= [27]$ 人

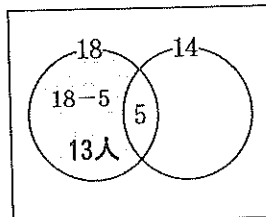


[どちらか一方が好きな人] と
 [どちらも好きでない人] の [和] が [全体] ですから

$$[27 + 3] = [30] \text{ 人}$$

【解き方2】

[イヌを好きな人] が [18人]
 [どちらも好きな人] が [5人]

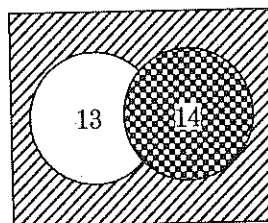


ですから、

[イヌだけを好きな人] が
 $[18 - 5]$
 $= [13]$ 人

[合計人数] は、

[犬だけを好きな人] の [13人] と、
 [ネコを好きな人] の [14人] と、
 [どちらも好きでない人] の [3人] の [和] となりますから、



$$[13 + 14 + 3] = [30] \text{ 人}$$

第2節 集合を線分図で解く

線分図に入る前に、
少し準備をします。

子どもが [15人] います。

①②③④⑤⑥⑦⑧⑨⑩⑪⑫⑬⑭⑮

この [15人] に ねこ
[犬が好きですか、猫が好きですか] と
たずねたとき

[犬が好き] と答えた人が [9人] でした。
また
ねこ
[猫が好き] と答えた人が [8人] でした。
どちらにも手を挙げなかった人が
いませんでした。

このとき
ねこ
[犬も猫も好き] と答えた人の数の求め方

①②③④⑤⑥⑦⑧⑨⑩⑪⑫⑬⑭⑮

犬が好き ○○○○○○○○○○ 9
猫が好き ●●●●●●●●●● +8
17

[15人] しかいないのに、
[和] は [17人] になっています。
これは、
[2回] 手を挙げた人が
何人かいるからです。

図から分かるとおり、
2人ですが、
これは、
[17 - 15] として求められます。

これを線分に近い形で表わすと、

犬が好き ■■■■■■■■■■ 9
猫が好き ■■■■■■■■■■ +8
17

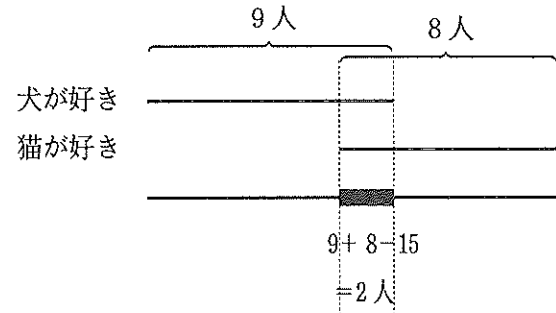
少し太い線分ですが、

犬が好き ■■■■■■■■■■ 9
猫が好き ■■■■■■■■■■ +8
17

重なりを引くと

$$17 - 15 = 2 \text{ 人}$$

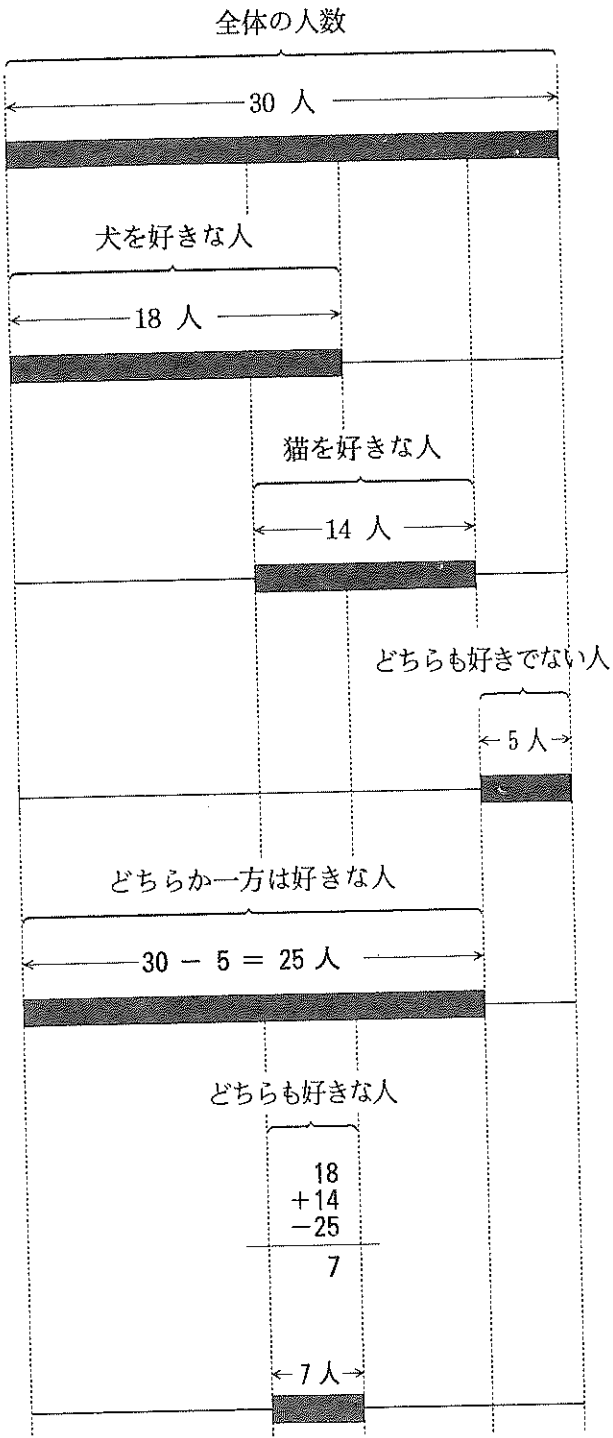
線分図らしく表わすと、



例 1

30人のクラスのうち
 イヌが好きな人が18人
 ネコが好きな人が14人
 どちらも好きでない人が5人います。

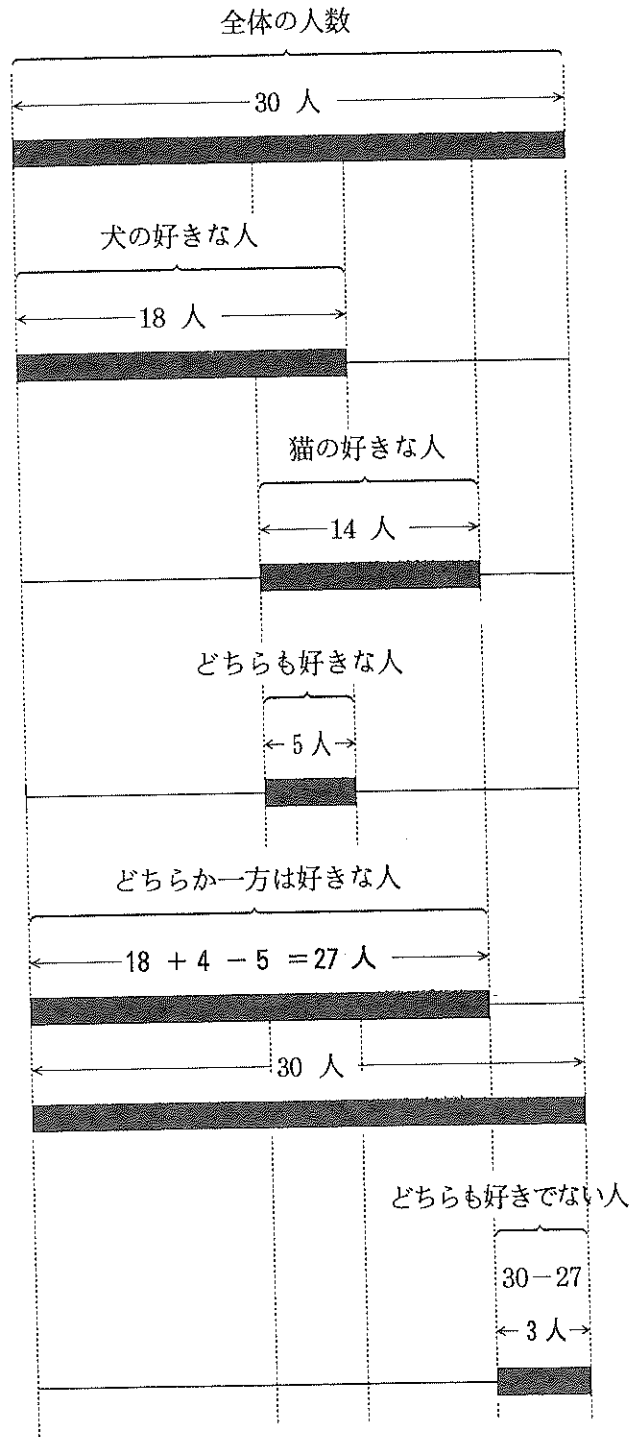
どちらも好きな人は何人いますか。



例 2

30人のクラスのうち
 イヌを好きな人が18人
 ネコを好きな人が14人
 どちらも好きな人が5人います。

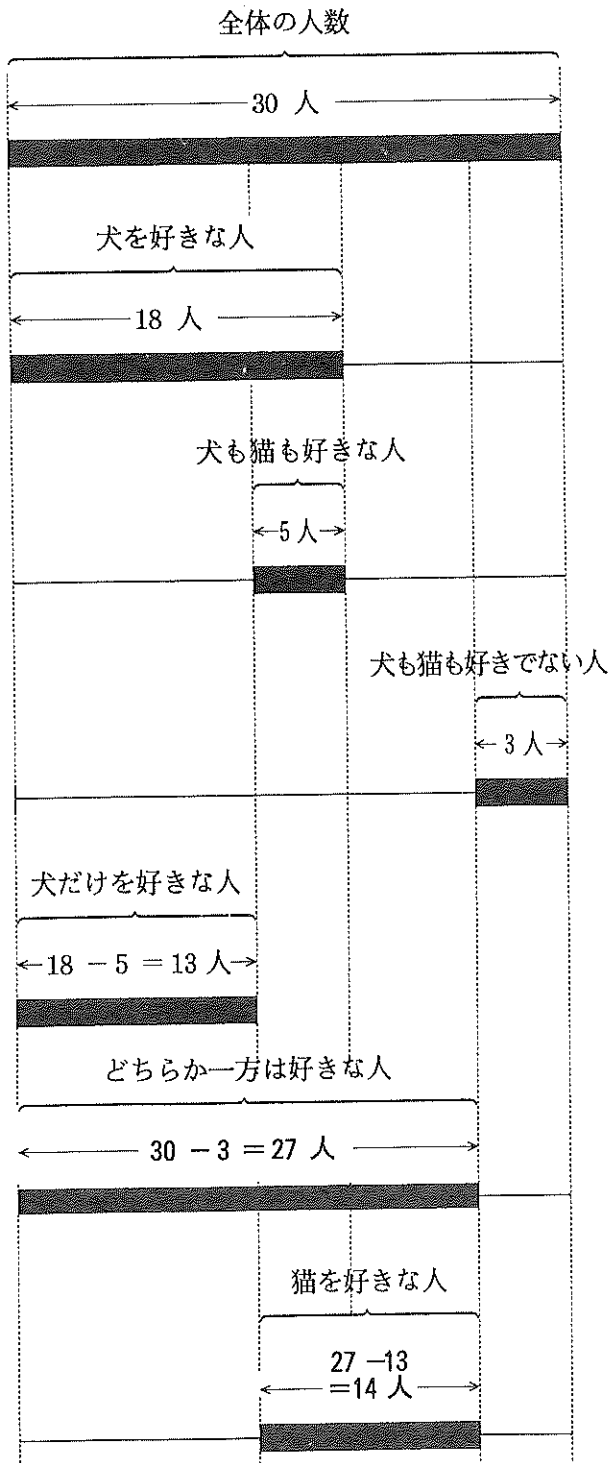
どちらも好きでない人は何人いますか。



例 3

30人のクラスのうち
 イヌを好きな人が18人
 どちらも好きな人が5人います
 どちらも好きでない人は3人います。

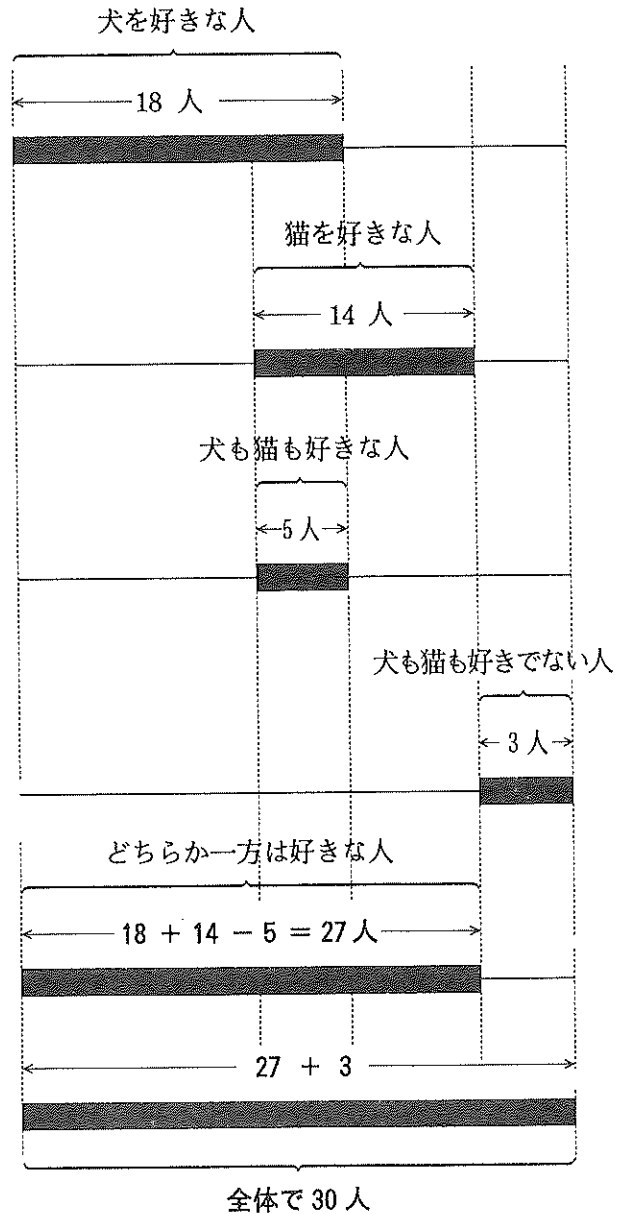
ネコを好きな人は何人いますか。



例 4

イヌを好きな人が18人
 ネコを好きな人が14人
 どちらも好きな人が5人います
 どちらも好きでない人は3人います。

全体の人数は何人でしょう。



例1～例4を
1本の線分図に表わして解く。

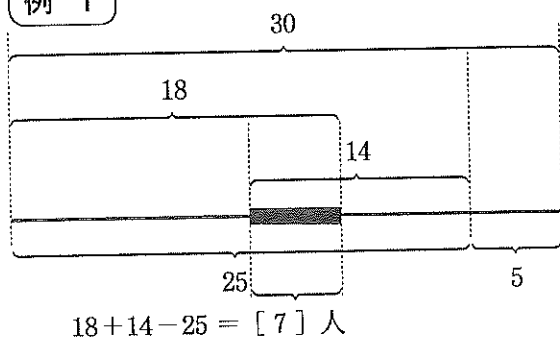
今まで示してきた線分図は、

[1つの図の中に、
いくつもの数字が書き込まれていると、
どれを最初に書き、
次に何を書いたのがわかりにくいので]

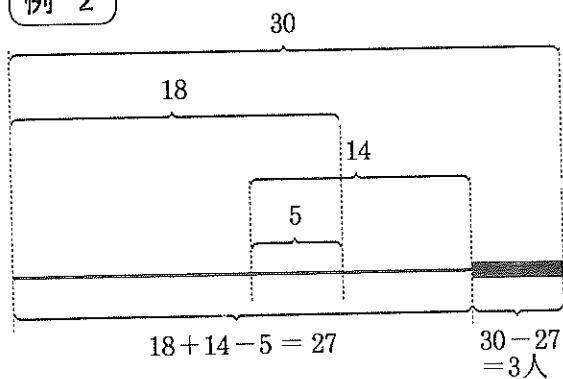
いくつもの線に分けて書きました。

しかし、
それぞれの人が問題を解く時は、
1本の線分で足りる時は、
もちろん、
1本の線分に表わせばいいのです。

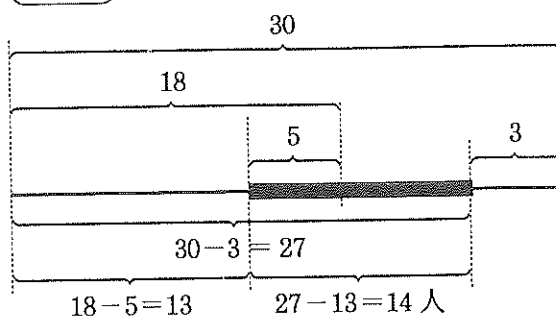
例1



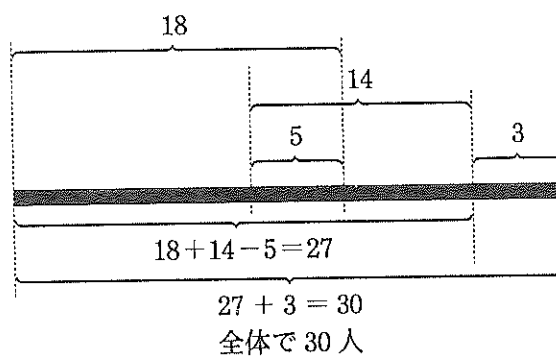
例2



例3



例4



第3節 集合を表で解く

[イヌを好きな人] と [イヌを好きでない人]
とに、分類するべきなのですが、
[表] の中へ書き込むのに少し長すぎますので、

[犬を好きでない人] のことを
[犬を嫌いな人]
と表わすことにします。

また、
[ベン図] などと
同じ部分は、
同じ記号を使うようにしたいのですが、
表現する順序が少しちがいますので、
別にして考えていきます。

[表1]

		イ ヌ		計
		好き	嫌い	
ネ コ	好き			
	嫌い			
計				

[表] は、基本的には上のように表わします。
この表は4年生で学ぶことになっています。

見ているだけでは、
この表を書き表す力つきません。

考えながら、
自分の手でノートに書き写し、
練習してください。

[表2]

それぞれの箱の中の意味を示すと、
次のようになります。

		イ ヌ		計
		好き	嫌い	
ネ コ	好き	犬が好きで ネコが好き	犬が嫌いで ネコが好き	ネコが好き
	嫌い	犬が好きで ネコが嫌い	犬が嫌いで ネコが嫌い	ネコが嫌い
計		犬が好き	犬が嫌い	全員

真ん中の4つの箱の中を
[ア、イ、ウ、エ] で表わすと、
[計] は、[表3] のようになります。

[表3]

		イ ヌ		計
		好き	嫌い	
ネ コ	好き	ア	イ	ア+イ
	嫌い	ウ	エ	ウ+エ
計		ア+ウ	イ+エ	ア+イ+ウ+エ

[表2] と見比べてください。

[表] に示される数字の組み合わせは、
いろいろな場合がありますが、
代表的なものをここに表わして、
残りの場合は、
各自考えていただきます。

[表3] のように、
数字でなく、文字で表わすと
考えにくいので、
数字で例を示します。

大きな数字で示されているのが、
初めにあたえられた数です。

[表4]

		イ ヌ		計
		好き	嫌い	
ネ	好き	5		18
	嫌い			
計		14		30

下の表で、
①と表わされているのは、
どれを初めに求めようとしても
同じようにできることを表わしています。

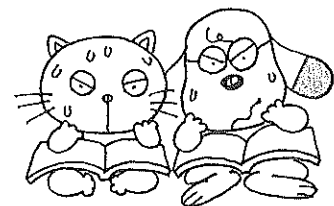
		イ ヌ		計
		好き	嫌い	
ネ	好き	5	① $18-5=13$	18
	嫌い	① $14-5=9$	② 犬から $16-13=3$ 猫から $12-9=3$	
計		14	① $30-14=16$	30

[表5]

		イ ヌ		計
		好き	嫌い	
ネ	好き			18
	嫌い		3	
計		14		30

		イ ヌ		計
		好き	嫌い	
ネ	好き	③ $18-13=5$ ③ $14-9=5$	② $16-3=13$	18
	嫌い	② $12-3=9$	3	
計		14	① $30-14=16$	30

表の中の [①、②、③] は、
計算の順序を表わします。
同じ数字は、
どちらが先でもかまわないことを示します。



例 1

A 40人のクラスのうち
 B イヌが好きな人が18人
 C ネコが嫌いな人が14人
 D どちらも嫌いな人が4人います。
 どちらも好きな人は何人いますか。

まず、枠をつくります。

		イ	ヌ	計
		好き	嫌い	
ネ コ	好き			
	嫌い			
計				

表で考える時は、
 この表の仕組みが分かり、
 この表を書くことができれば、
 後は単純に
 和や差をとっていけばできあがりです。

この表を理解することは
 それほど難しいことではありません。

しかし、
 問題文を読んで、
 その内容を表に表わす作業が
 できるようになるには
 かなりの時間かかるのがふつうです。

この解き方の「むずかしさ」は、
 この表の枠組を書くことにあります。

問題文にある数字を適当な枠の中に入れて、

		イ	ヌ	計
		好き	嫌い	
ネ コ	好き	これを 求める		
	嫌い		D 4	C 14
計		B 18		A 40

次の枠の中の①②③は、計算の順序を示します。

[解き方1]

		イ	ヌ	計
		好き	嫌い	
ネ コ	好き			
	嫌い	① 14-4=10	D 4	C 14
計		B 18		A 40

		イ	ヌ	計
		好き	嫌い	
ネ コ	好き	② 18-10=8		
	嫌い	① 14-4=10	D 4	C 14
計		B 18		A 40

[解き方2]

		イ	ヌ	計
		好き	嫌い	
ネ コ	好き	③ 26-18=8	② 22-4=18	① 40-14=26
	嫌い		D 4	C 14
計		B 18	① 40-18=22	A 40

これは、ずいぶんと遠回りだったようです。

【参考1】

[少なくともどちらか一方は好き]の[集合]は
[表]を用いて考えると、
初めのうち、少し見えにくいものです。

[少なくともどちらか一方は好き]の[集合]は
[太い実線で囲まれた部分]
で表わされます。

		イ	ヌ	計
		好き	嫌い	
ネ コ	好き	40	4	
	嫌い	= 36	4	
計				40

[例1] のばあい
[少なくともどちらか一方は好き]という人は

$$\begin{aligned}
 & [\text{全体の人数}] - [\text{どちらも嫌い}] \\
 & = [40] - [4] \\
 & = [36] \text{人} \\
 & \text{として求めるか、}
 \end{aligned}$$

		イ	ヌ	計
		好き	嫌い	
ネ コ	好き	8	18	
	嫌い	10	4	
計				40

$$\begin{aligned}
 & [\text{犬猫好き}] + [\text{犬好き猫嫌い}] + [\text{猫好き犬嫌い}] \\
 & = [8] + [10] + [18] \\
 & = [36] \text{人}
 \end{aligned}$$

として求めます。

【参考2】

しばしば
{ [好き] か [嫌い] か } とたずねます。

しかし、
[好き] と [好きでない] とならば
[全員] を
[2つの集まり] に分けることができますが、

[好き] と [嫌い] であれば、
[好きでも嫌いでもない] グループが
別にできてしまうことがよくあります。

[関心がない] とか、[知らない] とか
いろいろあるはずです。

しかし、ここでは、つごうで、
[好きでない] と [嫌い] とを
同じものとしてあつかうことにします。

このような論理についても考えておくのも
この単元の大事な目標です。

例 2

30人のクラスのうち
 イヌを好きな人が14人
 ネコを好きな人が18人
 どちらも好きな人が5人います

どちらも嫌いな人は何人いますか。

まず、枠をつくり、
 あたえられた数字を書き込みます。

		イ	ヌ	計
		好き	嫌い	
ネ	好き	5		18
	コ	嫌い	これを 求める	
計		14		30

[解き方1]

		イ	ヌ	計
		好き	嫌い	
ネ	好き	5	① $18-5=13$	18
	コ	嫌い		
計		14	① $30-14=16$	30

		イ	ヌ	計
		好き	嫌い	
ネ	好き	5	① $18-5=13$	18
	コ	嫌い	② $16-13=3$	
計		14	① $30-14=16$	30

[解き方2]

		イ	ヌ	計
		好き	嫌い	
ネ	好き	5		18
	コ	嫌い	① $14-5=9$	① $30-18=12$
計		14		30

		イ	ヌ	計
		好き	嫌い	
ネ	好き	5		18
	コ	嫌い	① $14-5=9$	② $12-9=3$
計		14		30

例 3

30人のクラスのうち
ネコを好きな人が18人
どちらも好きな人が5人います
どちらも好きでない人は3人います。

イヌを好きな人は何人いますか。

[解き方1]

		イヌ		計
		好き	嫌い	
ネコ	好き	5	① $18-5=13$	18
	嫌い		3	
計		③ $30-16=14$	② $13+3=16$	30

[解き方2]

		イヌ		計
		好き	嫌い	
ネコ	好き	5		18
	嫌い	② $12-3=9$	3	① $30-18=12$
計		③ $5+9=14$		30

など、^{みちすじ}求める道筋はいくつもあります。

例 4

クラスに
イヌを好きな人が14人
ネコを好きな人が18人います。
どちらも好きな人が5人
どちらも好きでない人は3人います。

クラスの人数はみんなで何人でしょうか。

[解き方1]

		イヌ		計
		好き	嫌い	
ネコ	好き	5	① $18-5=13$	18
	嫌い		3	
計		14	② $13+3=16$	③ $14+16=30$

[解き方2]

		イヌ		計
		好き	嫌い	
ネコ	好き	5		18
	嫌い	① $14-5=9$	3	② $9+3=12$
計		14		③ $18+12=30$

[解き方3]

		イヌ		計
		好き	嫌い	
ネコ	好き	5	① $18-5=13$	18
	嫌い	① $14-5=9$	3	
計		14		② $5+13+9+3=30$

合計を求める^{みちすじ}道筋も、いくつかあります。

第4節 [ベン図・表・線分図] の対照表

30人のクラスのうち A

イヌが好きな人が18人 B

ネコが好きな人が13人 C

どちらも好きな人が8人います D

どちらも好きでない人が7人います E

犬が好きで

猫が好きでない人が10人 F

犬が好きでなく

猫が好きな人が5人 G

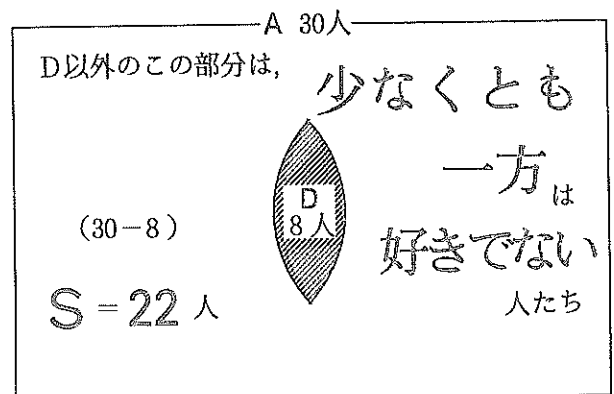
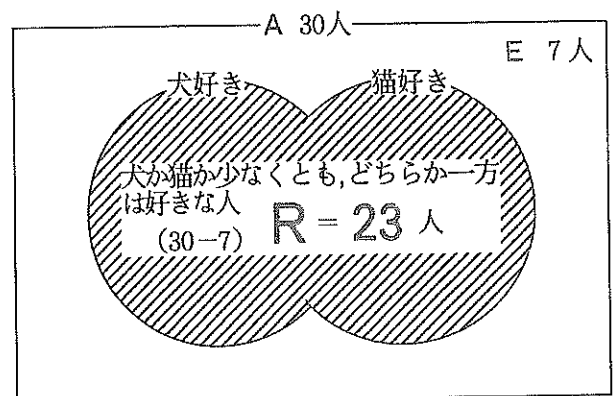
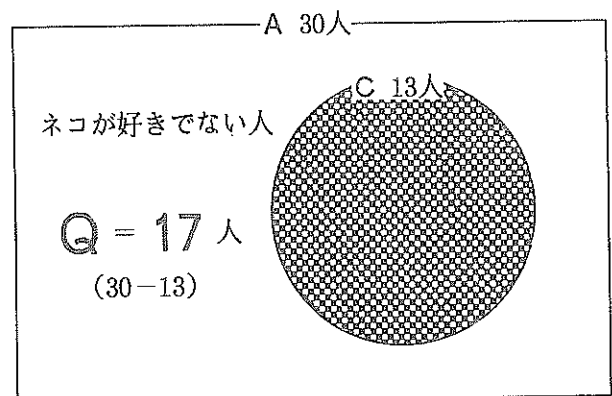
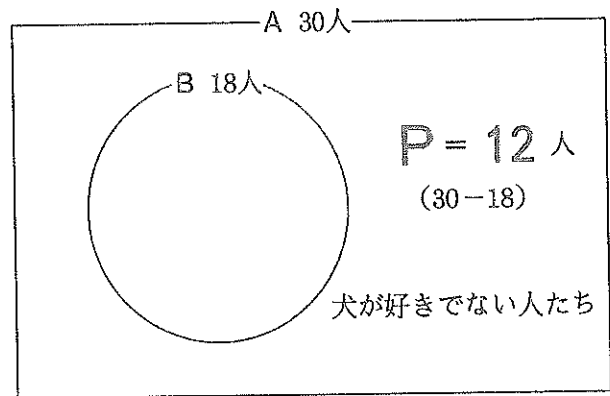
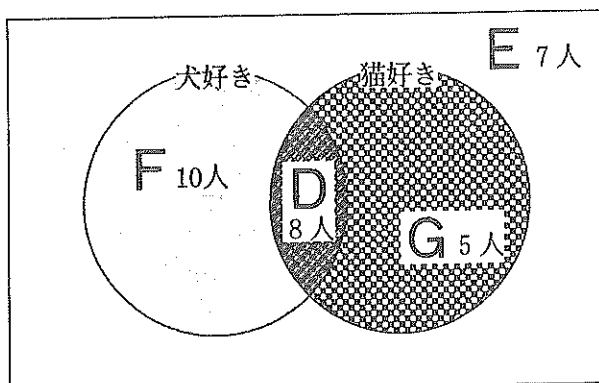
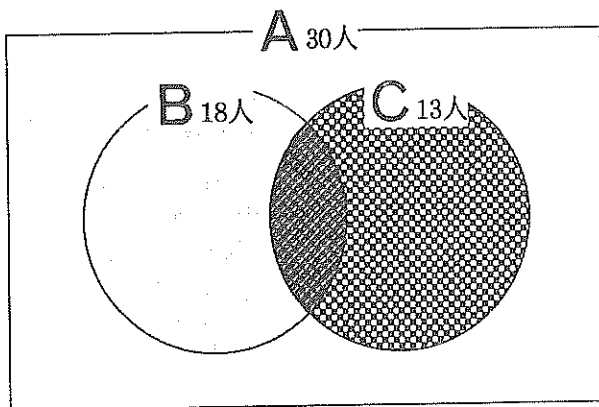
犬が好きでない人が12人 P

猫が好きでない人が17人 Q

少なくともどちらかが
好きな人が23人 R

少なくともどちらかが
好きでない人が22人 S

[ベン図]



[表]

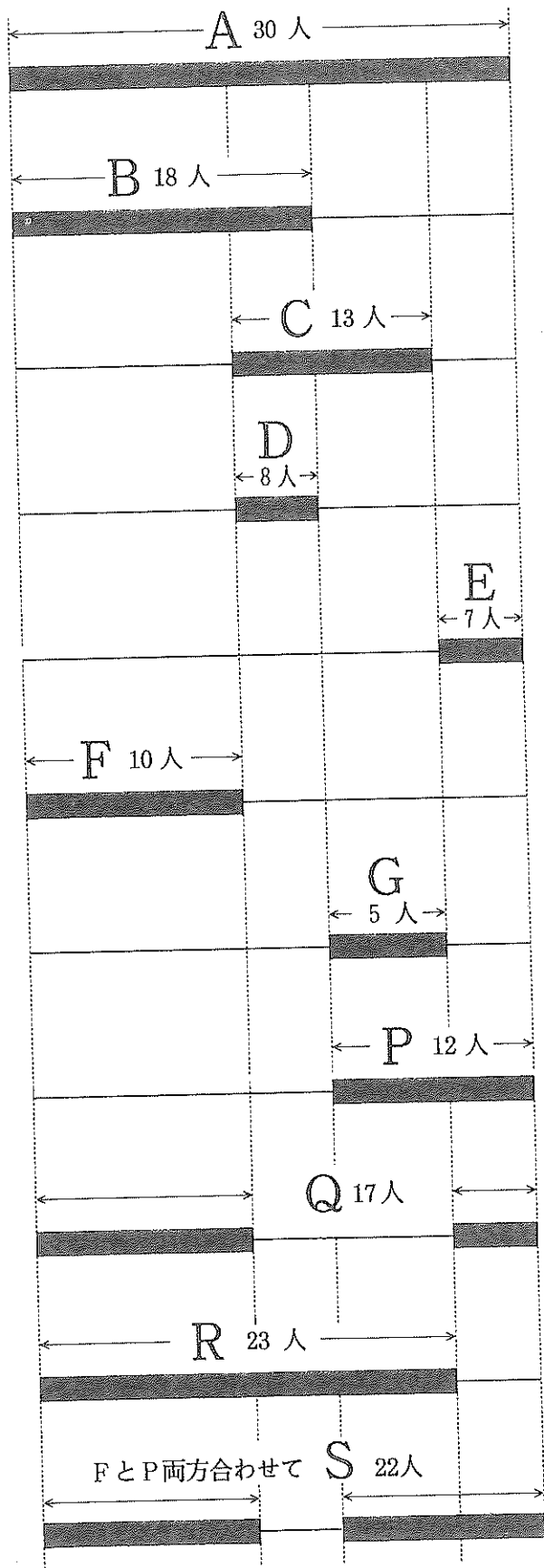
		イ ヌ		計
		好き	嫌い	
ネ コ	好き			C 13
	嫌い			
計		B 18		A 30

		イ ヌ		計
		好き	嫌い	
ネ コ	好き	D 8	G 5	C 13
	嫌い	F 10	E 7	Q 17
計		B 18	P 12	A 30

		イ ヌ		計
		好き	嫌い	
ネ コ	好き	R = 23人 (30-7)		
	嫌い		7	
計				30

		イ ヌ		計
		好き	嫌い	
ネ コ	好き	8	(30-8)	18
	嫌い	S = 22人		
計				30人

[線分図]



[表]・[ベン図]・[線分図]

それぞれに、
表わしやすいところ、
表わしにくいところがあります。

それぞれの特長を
上手に使い分けるようになればいいのですが、
全ての方法に熟練するのも時間がかかるので、
どれか、
得意な方法を身につけるようにしたほうが
よいかもしれません。

