

第5章 仕事算

第1節 全体を1とし、分数でわる求め方

本書では、できるだけ

[分数でわるわり算]と
[比の考え]を
使わないようにしています。

それは、
[5年生]までの知識で読めるように、
という考えからです。

しかし、
この単元は、
[分数でわるわり算]が必要です。
例外としておいてください。

仕事算は
ふつう、
分数の考え方で解きますが、
[延べ]と[最小公倍数]の考えなどを使えば、
必ずしも
[分数でわるわり算]は必要ではありません。

第2節で
[別解]として示しておきます。

その解き方は、
仕事算とは呼ばないのですが。

例 1

ある仕事を
Aならば10日
Bならば15日で仕上げます。
次の①～⑩の問いに答えなさい。

①
A 1人では
1日に全体のどれだけできますか。

仕事全体を[1]の大きさを表わすと、
Aが、10日で仕上げるのですから、
[1日分の仕事量]は

$$[1 \div 10 = \frac{1}{10}]$$

[10分の1]を
[0.1]とか、[10%]とかと
表わしてもいいのだけれど、
どのような数の場合も
かんたんに解けるようにするためには
分数で表わしておくのが一番です。

②
B 1人では
1日に全体のどれだけできますか。

同じように、
仕事全体を[1]の大きさを表わすと、
Bが、15日で仕上げるのですから、
[1日分の仕事量]は

$$[1 \div 15 = \frac{1}{15}]$$

③

AとBとが一緒に仕事をすると
1日に全体のどれだけできますか。

Aは、1日に $\frac{1}{10}$

Bは、1日に $\frac{1}{15}$

AとB共同ならば $\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$

④

2人ですれば
何日でできあがりますか。

③で分かったとおり、
2人で1日に[6分の1]ですから、
全体の仕事を仕上げるためには

$$\left[1 \div \frac{1}{6} = 6 \right]$$

[6日間かかる]

⑤

A 1人では
2日でどれだけの仕事ができますか。

Aは、2日に $\frac{1}{10} \times 2 = \frac{1}{5}$

⑥

A 1人で2日仕事をすると
どれだけの仕事が残りますか。

Aは、2日に $\frac{1}{10} \times 2 = \frac{1}{5}$

残りの仕事は

$$\left[1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \right]$$

⑦

AとBが共同して
4日仕事をすると
どれだけの仕事ができますか。

1日分の仕事 $\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{1}{6}$

4日分の仕事 $\frac{1}{6} \times 4 = \frac{2}{3}$

⑧

Aが
5分の2をするには
何日かかりますか。

Aは、1日に $\frac{1}{10}$

$$\frac{2}{5} \div \frac{1}{10} = 4$$

[4日かかる]

⑨

Bが
5分の3をするには
何日かかりますか。

Bは、1日に $\frac{1}{15}$

$$\frac{3}{5} \div \frac{1}{15} = 9$$

[9日かかる]

例 2

ある仕事を
Aならば10日
Bならば15日で仕上げます。

AとBが共同して
4日仕事をして
残った仕事を
あとBが1人ですると
あと何日かかりますか。

初めてこの問題を1人で解こうとすると
非常にむずかしい問題ですが、

例 1 の

小問に答えていけば
自然に解けるようになるでしょう。

Aは、1日に $\frac{1}{10}$

Bは、1日に $\frac{1}{15}$

AとB共同ならば $\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$

4日分の仕事 $\frac{1}{6} \times 4 = \frac{2}{3}$

残りの仕事は

$$\left[1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \right]$$

Bは、1日に $\frac{1}{15}$ 仕上げるのであるから、

残りの仕事にBがかかる日数は

$$\frac{1}{3} \div \frac{1}{15} = 5$$

[あと5日かかる]。

例 3

ある仕事を
Aならば10日
Bならば15日かかります。
Aが全体の5分の2をしたあと
残りをBが仕上げました。
全部で何日かかりましたか。

Aは、1日に $\frac{1}{10}$

Aが全体の5分の2を仕上げるためには

$$\frac{2}{5} \div \frac{1}{10} = 4 \text{ (日)}$$

5分の2を仕上げたのだから、
残りは5分の3。

Bは、1日に $\frac{1}{15}$ を仕上げるのだから

残りの5分の3を仕上げるためには

$$\frac{3}{5} \div \frac{1}{15} = 9 \text{ (日)}$$

全部の仕事を仕上げるためには

$$[4 \text{ 日} + 9 \text{ 日} = 13 \text{ 日}]$$

例 4

ある仕事を
 Aならば10日
 Bならば15日かかります。
 AとBが共同して
 4日働いたあと
 残りはBがしました。
 Bは全部で何日仕事をしましたか。

Aは、1日に $\frac{1}{10}$

Bは、1日に $\frac{1}{15}$

AとBで1日に $\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$

4日分の仕事 $\frac{1}{6} \times 4 = \frac{2}{3}$

残りの仕事は

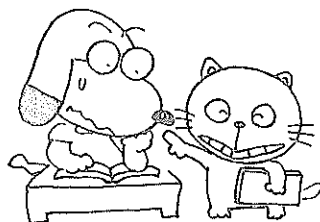
$$\left[1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \right]$$

残りの仕事にBがかかる日数は

$$\frac{1}{3} \div \frac{1}{15} = 5 \text{ (日)}$$

Bが仕事をした日数は

$$[4 \text{ 日} + 5 \text{ 日} = 9 \text{ 日}]$$



例5-1

ある仕事を
Aならば10日
Bならば15日かかります。
AとBが
一緒に何日か仕事をした後
残りをBが5日で仕上げました。
2人で働いたのは何日ですか。

Aは、1日に $\frac{1}{10}$

Bは、1日に $\frac{1}{15}$

あとで、Bが5日間にした仕事の量は

$$5 \text{ 日分の仕事 } \frac{1}{15} \times 5 = \frac{1}{3}$$

AとBが先にした仕事は

$$\left[1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \right]$$

$$\text{AとBで1日に } \frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

[3分の2] をするのにかかった日数は、

$$\frac{2}{3} \div \frac{1}{6} = 4 \text{ (日)}$$

2人で働いたのは [4日]。

例5-2

ある仕事を仕上げるのに
Aならば10日
Bならば15日かかります。
AとBがいっしょに仕事を始めましたが
途中からAが休んだので
残りはB 1人でしました。
その結果
仕事は9日で仕上がりました。

①

Bのした仕事は
全体のどれだけに当たりますか。

仕事が9日間かかったということは、
Bは、9日間働いたということです。
よって、Bのした仕事量は、

$$9 \text{ 日分の仕事 } \frac{1}{15} \times 9 = \frac{3}{5}$$

②

Aのした仕事は
全体のどれだけにあたりますか。

Bのした仕事量が [5分の3] ですから、
Aがした仕事は

$$\left[1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \right]$$

③ Aは、何日仕事をしましたか。

[5分の2] の仕事を仕上げるのに
必要な日数は

$$\frac{2}{5} \div \frac{1}{10} = 4 \text{ (日)}$$

例5-3

ある仕事を仕上げるのに
 Aならば10日
 Bならば15日かかります。
 AとBがいっしょに仕事を始めましたが
 途中からAが休んだので
 残りはB1人でしました。
 その結果
 仕事は9日で仕上がりました。
 Aは何日仕事をしましたか。

例5-2の[最後の小問]
 と同じ問題ですが、
 途中の小問がありません。

そのため、
 [設問]に答えるための[小問]を
 自分で考え出さなければなりません。

設問にない問題を考え出すのは
 けっこうむずかしいものです。

なぜ、
 設問にない問題を考え出すのが
 むずかしいか。

それは、ふつう、
 算数を解こうとする時、
 できるだけムダをせずに解こうと考えるので、
 余分なことを考えようとしない
 習慣があるからです。

算数の苦手な人は、
 できるだけ
 余分な問題を考えずにおこうとします。

そのため、
 必要なことも考えずじまいになりやすいのです。

算数の好きな人は、
 つぎつぎ、
 たずねられていないことを考えるのが好きです。

そのため、
 解き方の道すじがいくつもいくつも
 見つかるのです。

第2節 仕事全体を最小公倍数で表す

[別解] ですから、
[問題番号] は、
[第1節] と同じにしてあります。

例 1

ある仕事を
Aならば10日
Bならば15日で仕上げます。

2人ですれば
何日でできあがりますか。

[仕事全体] を [1] とみたのが
第1節の考え方でした。

ここでは、
[仕事全体] を、
[延べ] と [最小公倍数] の考えを使って
解いてみましょう。

[Aならば10日] で [Bならば15日] です
から、
[仕事全体] を、
[10と15の最小公倍数] の
[30] と考えます。

すると、
[A] は [1日] で、 $[30 \div 10] = [3]$
[B] は [1日] で、 $[30 \div 15] = [2]$

の仕事仕上げることになります。

[2人] でなら、
[1日] で、 $[3 + 2] = [5]$
の仕事仕上げます。

[全体30] の仕事を、
[1日5] ずつ仕上げれば、
 $[30 \div 5] = [6]$ で、

[6日かかる] ことが分かります。

例 2

ある仕事を
Aならば10日
Bならば15日で仕上げます。

AとBが共同して
4日仕事をして
残った仕事を
あとBが1人ですると
あと何日かかりますか。

[Aならば10日] で [Bならば15日] です
から、

[仕事全体] を、
[10と15の最小公倍数] の
[30] と考えます。

すると、
[A] は [1日] で、 $[30 \div 10] = [3]$
[B] は [1日] で、 $[30 \div 15] = [2]$

の仕事仕上げることになります。

[2人] でなら、
[1日] で、 $[3 + 2] = [5]$
の仕事仕上げます。

[2人] で [4日] したのでから、
 $[5 \times 4] = [20]$ の仕事を仕上げます。

[残りの仕事] は、
 $[30 - 20] = [10]$ です。

[残り10] の仕事を、
[B] が [1日2] ずつ仕上げれば、
 $[10 \div 2] = [5]$ で、

[5日かかる] ことが分かります。

例 3

ある仕事を
Aならば10日
Bならば15日かかります。
Aが全体の5分の2をしたあと
残りをBが仕上げました。

全部で何日かかりましたか。

[仕事全体] を [30] とみます。

[30 の5分の2]

$$[30 \div 5 \times 2] = [12]$$

を [A] がしたのですから、

$$[12 \div 3] = [4] \text{ で、}$$

[4日] かかりました。

[残り] = [30 - 12] = [18] を

[B] がするのですから、

$$[18 \div 2] = [9] \text{ で、}$$

[9日] かかります。

全部では、

$$[4 + 9 = 13] \text{ で、}$$

[13日] かかります。

例 5-1

ある仕事を
Aならば10日
Bならば15日かかります。
AとBが
一緒に何日か仕事をした後
残りをBが5日で仕上げました。

2人で働いたのは何日ですか。

とちゅうまでは前の問題と同じですから、
一部略します。

[B] が [残り] にかけた日数が

[5日] ですから、

そこで仕上げた仕事量は、

$$[2 \times 5] = [10]$$

2人でいっしょに仕上げた仕事量は、

$$[30 - 10] = [20] \text{ です。}$$

[2人] が [1日] に仕上げる仕事量は、

$$[3 + 2] = [5] \text{ ですから、}$$

[20] を仕上げるためには、

$$[20 \div 5] = [4] \text{ で}$$

[4日] かかっているはずで。

[2人で仕事をしたのは4日]