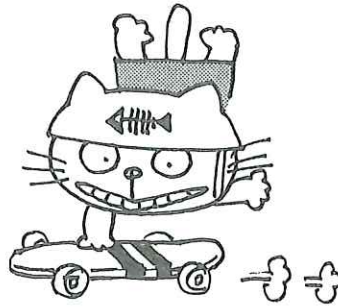


第3編

速さをくみこんだ問題



第1章 旅人算

- 第1節 向い合って進み出会う 133
- 第2節 同じ方向に進み追いつく 135
- 第3節 同一周上を逆向きに進む 137
- 第4節 139
同一周上を同じ向きに進む
- 第5節 平均の速さ 141
- 第6節 通過算の準備の問題 143

第2章 通過算

- ★通過算に使われる用語 145
- 第1節 列車が電柱を通過する 147
- 第2節 列車が橋を通過する 149
- 第3節 列車が出会い、離れる 151
- 第4節 列車が追いつき、追い越す 153
- 第5節 複合問題 155

第3章 時計算

- ★[時間・分・秒]の換算^{かんさん} 157
- 第1節 長針が短針に追いつく時刻 159
- 第2節 163
長針と短針がある角度になる時刻
- 第3節 169
長針と短針が、数字をはさんで
対称の位置

第4章 流水算

- ★[流れ]と[舟の速さ]の関係 171
- 第1節 流水算の基本の型 173
- 第2節 流水算の複合問題 177



第1章 旅人算

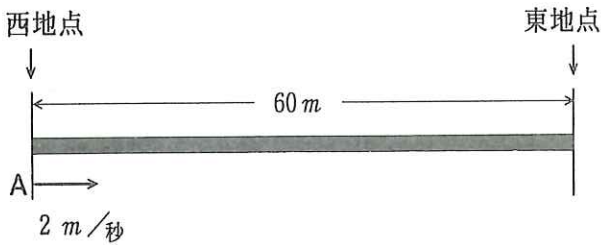
第1節 向い合って進み 出会う

[速さ] そのものについての学習はすでに済ませているものとして書き進めます。

例 1 - 1

にしちてん から ひがし
[西地点] から [東地点] まで
[60 m] あります。
[西地点] から
[A] が [毎秒 2 m] で
[東地点] に向かって進むと、
[A] は
[何秒後] に [東地点] に着きますか。

これは、特に
たびびとさん
[旅人算] というほどのことはない。



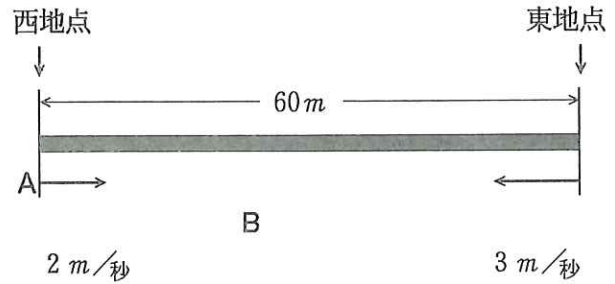
[1 秒間] に [2 m] ずつ進むのだから、
[60 m] は
[2 m] が [いくつ] でできているのか
を考えればよいだけである。

$$[60 m] \div [2 m/秒] = [30 秒]$$

例 1 - 2

西地点から東地点まで 60 m あります。
西地点から
A が秒速 2 m で東地点に向かって進み、
東地点から
B が秒速 3 m で西地点に向かって進みました。

- ① A と B は、1 秒間に何 m 近づきますか。
- ② A と B は、何秒後に出会いますか。



①

[1 秒間] に近づく距離は、

$$[2 m/秒] + [3 m/秒] = [5 m/秒]$$

②

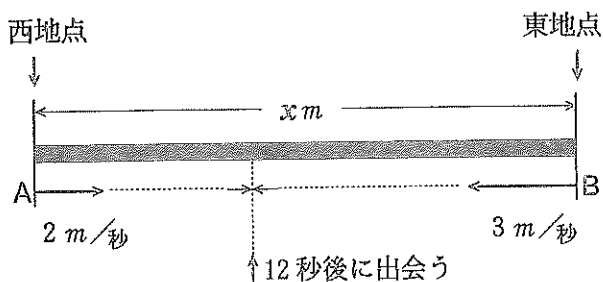
[A] と [B] が 2 人で近づくのだから、
[1 秒間] に [5 m] ずつ近づくことになる。

[60 m] を近づくためには、

$$[60 m \div 5 m/秒] = [12 秒]$$

例 1 - 3

西地点から東地点まで $[x\text{m}]$ あります。
 西地点から
 Aが $[2\text{m/秒}]$ で東地点に向かって進み、
 東地点から
 Bが $[3\text{m/秒}]$ で西地点に向かって進んだら
 AとBは、 $[12\text{秒後}]$ に $[出会]$ ました。



【解き方 1】

$[1\text{秒間}]$ に、 $[A]$ と $[B]$ は、
 $[2\text{m} + 3\text{m}]$
 $= [5\text{m}]$ 近づく。

それが $[12\text{秒}]$ 続いたわけだから、

$[西地点]$ から $[東地点]$ までは、
 $[5\text{m/秒} \times 12\text{秒}]$
 $= [60\text{m}]$

【解き方 2】

$[A]$ の進んだ距離
 $= [2\text{m/秒}] \times [12\text{秒}] = [24\text{m}]$

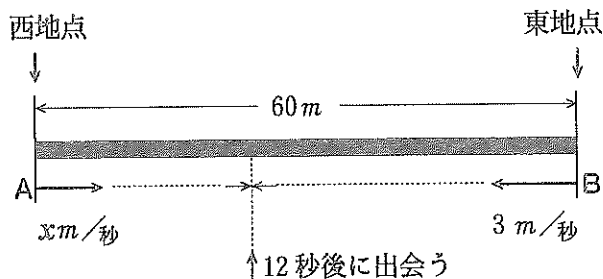
$[B]$ の進んだ距離
 $= [3\text{m/秒}] \times [12\text{秒}] = [36\text{m}]$

$[A]$ と $[B]$ の進んだ距離を合わせて
 $= [24\text{m}] + [36\text{m}]$
 $= [60\text{m}]$

【ときかた 1】の考え方が、
 その他の問題を解く時に
 大きな働きをすることが多い。

例 1 - 4

西地点から東地点まで $[60\text{m}]$ あります。
 西地点から
 Aが $[x\text{m/秒}]$ で東地点に向って進み、
 東地点から
 Bが $[3\text{m/秒}]$ で西地点に向って進んだら
 AとBは、 $[12\text{秒後}]$ に $[出会]$ ました。



$[A]$ と $[B]$ は、
 $[12\text{秒後}]$ に出会ったのだから、
 $[60\text{m}] \div [12\text{秒}]$
 $= [5\text{m/秒}]$ ということて、

$[A]$ と $[B]$ の 2人 で
 $[1\text{秒間}]$ に、 $[5\text{m}]$ 近づく。

$[1\text{秒間}]$ に $[2人]$ で近づく
 $[5\text{m}]$ のうち、
 $[3\text{m}]$ は $[B]$ の進む距離だから、
 $[5\text{m}] - [3\text{m}]$
 $= [2\text{m}]$

$[A]$ の $[1\text{秒間}]$ に進む距離は $[2\text{m}]$ 。

$[A]$ の秒速 $= [2\text{m/秒}]$

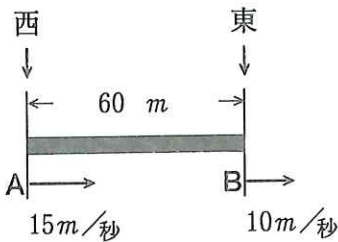
$[1\text{秒間}]$ に A の進む距離
 $= [2人]$ の近づく距離 $- [B]$ の進む距離
 $= [5\text{m/秒}] - [3\text{m/秒}]$
 $= [2\text{m/秒}]$

第2節 同じ方向に進み 追いつく

例2-1

西地点から東地点まで $60m$ あります。
 Aは西地点に、Bは東地点にいます。
 AとBはともに同じ方向に向かって進みます。
 Aは秒速 $15m$
 Bは秒速 $10m$ です。

次の①②③④の問に答えなさい。



①

Aは、[1秒間]に
 Bより[何m多く]進みますか。

$$[15m/秒] - [10m/秒] = [5m/秒]$$

②

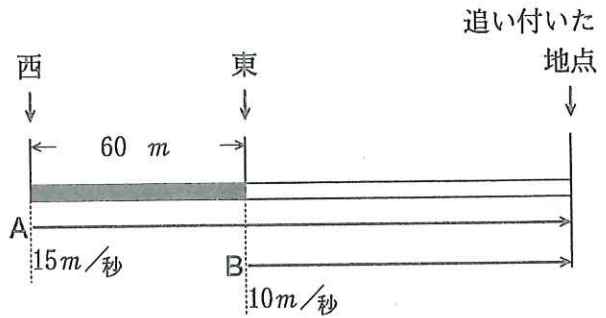
AがBに追いつくためには
 Aは
 Bより何m多く進まねばなりませんか。

問題文にあるとおり、
 はな さきより 離れている [距離] そのもの、

[$60m$]

③

Aが、Bに追いつくためには
 何秒間かかりますか。



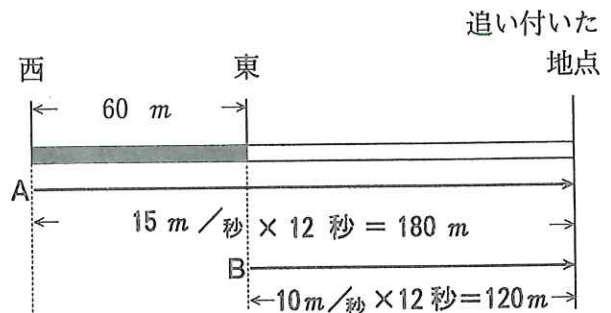
[A]は、[B]より
 [1秒間]に[$5m$]だけ多く進むのだから、

[離れている距離] = [$60m$]
 を追いつくためには、

$$[60m] \div [5m/秒] = [12秒] \text{ かかる。}$$

④

[A]が[B]に[追いついた地点]は
 [西地点]から[何m]のところか。



【解き方1】

[A]が[進んだ距離]から考える。

$$[15m/秒] \text{ で } [12秒] \text{ 進むのだから、} \\ [15m/秒] \times [12秒] = [180m]$$

【解き方2】

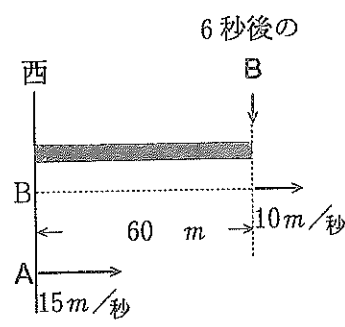
[B]から考える。

$$[離れている距離] + [Bの進んだ距離] \\ = [60m] + [10m/秒 \times 12秒] \\ = [60m] + [120m] \\ = [180m]$$

例2-2

西地点から
 [B]が[秒速10m]で出発しました。
 [6秒後]に
 [A]が[秒速15m]で
 [B]を追いかけてました。

[A]が[B]に追いついた地点は
 [西地点]から[何m]のところか。



[B]が[出発してから][6秒後]になると、
 [B]は、西地点から
 [10m/秒] × [6秒]で、
 [60m] 離れていることになる。
 このことが分かると、
 あとは、
 例2-1 の問題と同じになる。

$$\begin{aligned}
 & \text{[1秒間]に追いつく[距離]} \\
 &= \text{[15m/秒]} - \text{[10m/秒]} \\
 &= \text{[5m/秒]}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{追いつくののに要する[時間]} \\
 &= \text{[60m]} \div \text{[5m/秒]} \\
 &= \text{[12秒]}
 \end{aligned}$$

【解き方1】

[西地点]からの距離を、
 [Aの進んだ距離]で表わすと、

$$\begin{aligned}
 & \text{[15m/秒]} \times \text{[12秒]} \\
 &= \text{[180m]}
 \end{aligned}$$

【解き方2】

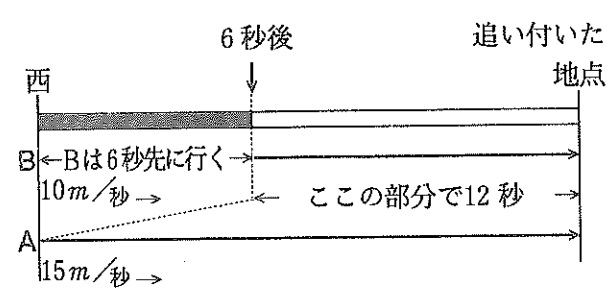
[Bの進んだ距離]で表わすと、

$$\begin{aligned}
 & \text{[60m]} + \text{[10m/秒]} \times \text{[12秒]} \\
 &= \text{[180m]}
 \end{aligned}$$

例2-3

西地点から
 [B]が[秒速10m]で出発しました。
 [6秒後]に
 [A]が[秒速15m]で
 [B]を追いかけてました。

[A]が[B]に[追いついた時]は
 [Bが]出発してから何秒後か。]



$$\begin{aligned}
 & \text{[10m} \times \text{6]} \div (\text{15m/秒} - \text{10m/秒}) \\
 & \text{[60m]} \div \text{[5m/秒]} \\
 &= \text{[12秒]}
 \end{aligned}$$

この問題の間違いやすいところは、
 [Bが]出発してから]であるのに、
 [Aが]出発してから]
 と答えてしまうところです。

今は、
 似た問題をやってきて、
 [少し違う問題だろう]と注意していますが、
 数字が少しややこしくなったりすると、
 はじめの部分を解いてホッとしてしまい、
 うっかりと、
 [Aがスタートしてから]の
 [12秒]で満足してしまうのです。

[B]の、
 初めに進んだ[6秒]を忘れがちなのです。

$$\begin{aligned}
 & \text{[6秒]} + \text{[12秒]} \text{で} \\
 & \text{[18秒]}
 \end{aligned}$$

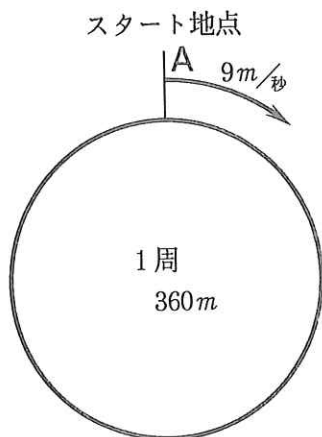
説明を見れば何でもないことですが、
 テストの時などには
 つい、うっかりとしてしまうところです。

第3節 同一周上を逆向きに進む

例3-1

1周 [360m] のところを
Aは [秒速 9m] で回り始めました。

もとの地点にもどるまでには
何秒かかりますか。



ごく単純な問題です。

進まなければならない距離 [360m]

[1秒間] に進む距離 [9m]

[かかる時間]

$$= \text{[進まなければならない距離]} \div \text{[秒速]}$$

$$= \text{[360m]} \div \text{[9m/秒]}$$

$$= \text{[40秒]}$$

例3-2

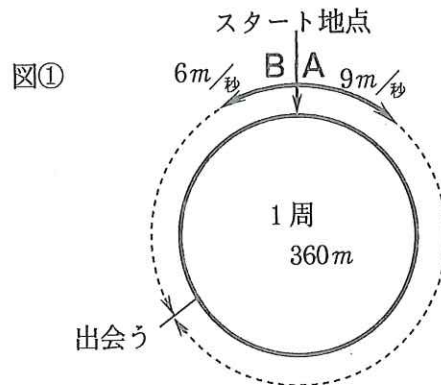
1周 [360m] のところを
AとBが同じ地点から
Aは秒速 9m、Bは秒速 6mで
同一周上を、同時に
逆ぎやくの方向に向かって進みました。

AとBは、何秒後に出会いますか。

[360mの周上を逆方向に進む] とは、
[360m離れたところから近づく] ことと同じ。

このことが分かれば、
特にむずかしいことはない。

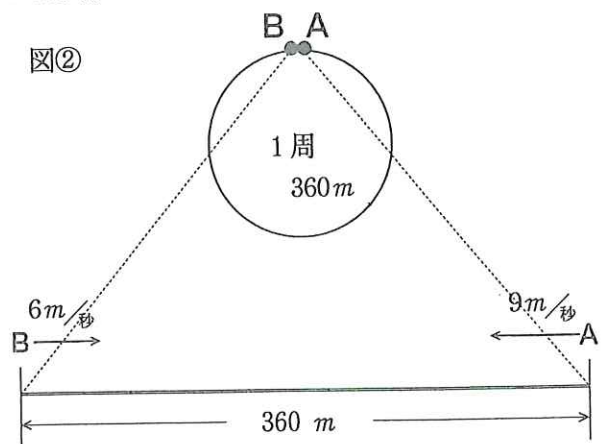
これを図解で表わすと、



①の図の円周を直線で表すと、

②の図のようになります。

(ただし、②の図の長さは①の図と少し異なっています。)



$$\text{[360m]} \div \text{[(9m + 6m)/秒]}$$

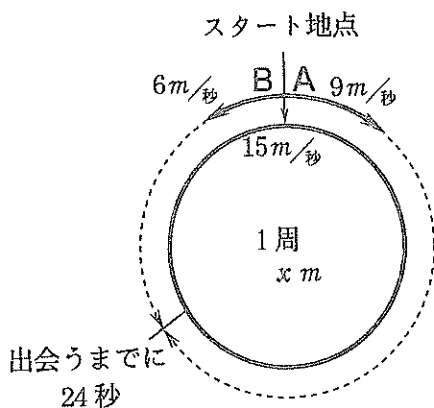
$$\text{[360m]} \div \text{[15m/秒]}$$

$$= \text{[24秒]}$$

例3-3

1周 x mの周があります。
 AとBが
 周上を同じ地点から、同時に
 逆の方向に向かって進みました。
 Aは秒速 9 mで、Bは秒速 6 mです。
 出会うまでに必要だった時間は 24 秒でした。

周の長さを求めなさい。



1秒間に近づく距離は、
 $[9\text{ m} + 6\text{ m}] = [15\text{ m}]$

出会うまでに必要だった時間が
 24 秒ですから、

$$[15\text{ m/秒}] \times [24\text{ 秒}] = [360\text{ m}]$$

例3-4

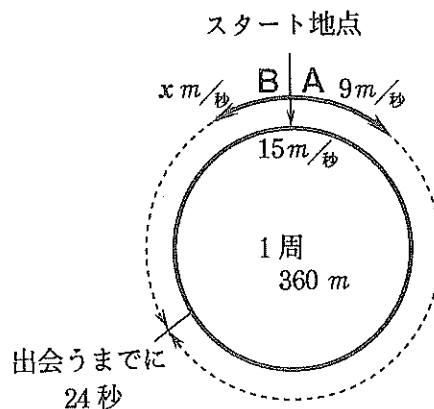
1周 360 mのところがあります。
 AとBが
 周上を同じ地点から、同時に
 逆の方向に向かって進みました。
 Aは秒速 9 mで、
 出会うまでに要した時間は 24 秒でした。

Bは秒速何 m の速さだったのでしょうか。

[AとB] の2人が
 逆方向に進んで、
 出会うまでに [24 秒] かかった とは、

$$[1\text{ 秒間}] \text{ に、} \\ [360\text{ m}] \div [24\text{ 秒}] \\ = [15\text{ m/秒}]$$

ずつ近づいた ということ。



2人で近づいた [15 m/秒] のうち、
 $[9\text{ m/秒}]$ は [A] が受け持ったのだから、

$$[B\text{ の速さ}] \\ = [15\text{ m/秒} - 9\text{ m/秒}] \\ = [6\text{ m/秒}]$$

第4節 同一周上を同じ向きに進む

例4-1

1周360mのところがあります。
AとBが同じ地点から、同時に
Aは秒速9m、Bは秒速6mで
周上を同じ方向に向かって進みました。

次の①～③の問いに答えなさい。

①

AがBに追いついたとき
AはBより何m多く進んだのですか。

[同地点]を[同時]に出発して、
[A]が[B]を追いかけて進む時、
[AとBとの間の距離]は[360m]

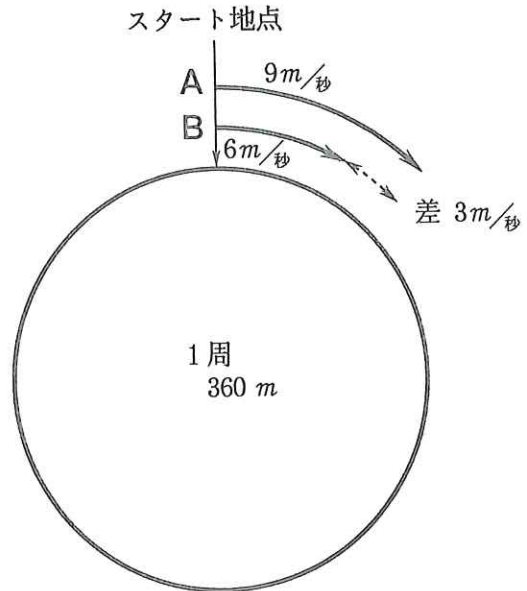
くるくる回るので、
何か分かりにくい気がしますが
結局、この問題のポイントは、
同じ方向に進む時、
1周離れている人を追いかける、
と考えることができるかどうか、
にかかっている。

[どこで]追いつくか、に関係なく、
[A]は、
[追いつく]までに、
[B]より[1周多く]進まなければならない。

つまり、
[360m多く]進むことが必要なのです。

②

AがBより多く進む距離は
1秒間に何mですか。



$$\begin{aligned} [Aの速度] &= [9m/秒] \\ [Bの速度] &= [6m/秒] \\ \text{その差} &= [3m/秒] \end{aligned}$$

③

AがBに追いつくのにかかる時間は
どれだけですか。

離れている距離[360m]を、
1秒間に、3mずつ近づくのですから、

$$\begin{aligned} & [360m] \div [3m/秒] \\ & = [120秒] \end{aligned}$$

すなわち[2分]かかる。

例4-2

[1周 360m] のところがあります。
 AとBが
 周上を同じ地点から、[同時] に
 [同一方向] に向かって進みました。
 [A] は [秒速 9 m] で
 AがBに [追いつく] までに要した時間は
 [120秒] でした。

[B] は [秒速 何m] だったのでしょうか。

同一方向に進みながら追いつくのは、
 Aが
 Bより1周多く進んだ時ですから、
 Aが
 Bより360m多く進んだ時です。

120秒かかって、
 360m多く進んだのですから、

1秒間には、
 [A] が、
 $[360m] \div [120秒]$
 $= [3m/秒]$
 多く進む。

[B] の [1秒間に進む距離] は、
 $[Aの速さ] - [AとBの速さの差]$
 $= [9m/秒] - [3m/秒]$
 $= [6m/秒]$

例4-3

[1周 xm] の池があります。
 AとBが
 池の周りを [同じ地点] から、[同時] に
 [同一方向] に向かって進みました。
 [A] は [秒速 9 m] で
 [B] は [秒速 6 m] で
 AがBに [追いつく] までに要した時間は
 [120秒] でした。

[池の周り] は [何m] ですか。

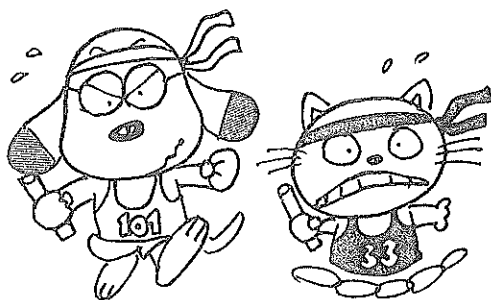
[同じ地点] から、[同一方向] に進んで、
 速いAが、遅いBに追いつくのですから、
 Aが
 Bより1周多く進むことを意味します。

$[AがBに1秒間に追いつく距離]$
 $= [Aの秒速] - [Bの秒速]$
 $= [9m/秒] - [6m/秒]$
 $= [3m/秒]$

Aが、Bより
 1秒間に3mずつ多く進んで
 120秒かかって追いついたのですから、

$[3m/秒] \times [120秒]$
 $= [360m]$

この360mが、池の周りです。



第5節 平均の速さ

ふつう、「旅人算」と言えば、

- 第1節 出会う
- 第2節 追いつく
- 第3節 周上で出会う
- 第4節 周上で追いつく

などの問題のことで、
「平均の速さ」については考えません。

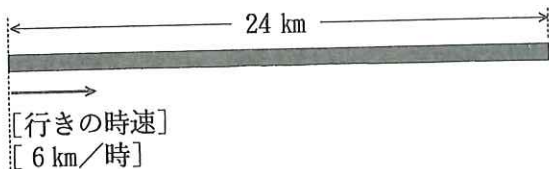
しかし、ここでは、
あえて取り上げておきたいと思います。

例5-1

24 kmの道のりを行くのに
行きは時速6 km、帰りは時速4 kmで進んだ。

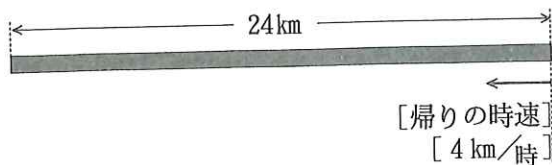
次の①～⑤の問いに答えなさい。

① 行きは、何時間かかりましたか。



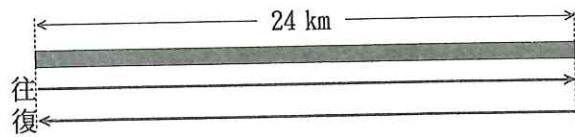
$$\begin{aligned} & [24 \text{ km}] \div [6 \text{ km/時}] \\ & = [4 \text{ 時間}] \end{aligned}$$

② 帰りは、何時間かかりましたか。



$$\begin{aligned} & [24 \text{ km}] \div [4 \text{ km/時}] \\ & = [6 \text{ 時間}] \end{aligned}$$

③ 往復では、何km歩きましたか。



$$\begin{aligned} & [24 \text{ km}] \times [2] \\ & = [48 \text{ km}] \end{aligned}$$

④ 往復では、合計何時間かかりましたか。

$$\begin{aligned} & \text{①} \cdot \text{② から、} \\ & [4 \text{ 時間}] + [6 \text{ 時間}] \\ & = [10 \text{ 時間}] \end{aligned}$$

⑤ 往復の平均時速はどれだけですか。

$$\begin{aligned} & [\text{進んだ総距離}] \div [\text{かかった総時間}] \\ & = [48 \text{ km}] \div [10 \text{ 時間}] \\ & = [4.8 \text{ km/時}] \end{aligned}$$

例5-2

36 kmの道のりを行くのに
行きは時速6 km、帰りは時速4 kmで進んだ。

次の①～⑤の問いに答えなさい。

① 行きは、何時間かかりましたか。

$$\begin{aligned} & [36 \text{ km}] \div [6 \text{ km/時}] \\ & = [6 \text{ 時間}] \end{aligned}$$

② 帰りは、何時間かかりましたか。

$$\begin{aligned} & [36 \text{ km}] \div [4 \text{ km/時}] \\ & = [9 \text{ 時間}] \end{aligned}$$

③ 往復では、何km歩きましたか。

$$\begin{aligned} & [36 \text{ km}] \times [2] \\ & = [72 \text{ km}] \end{aligned}$$

④ 往復では、合計何時間かかりましたか。

$$\begin{aligned} & \text{①} \cdot \text{② から、} \\ & [6 \text{ 時間}] + [9 \text{ 時間}] \\ & = [15 \text{ 時間}] \end{aligned}$$

⑤ 往復の平均時速はどれだけですか。

$$\begin{aligned} & [\text{進んだ総距離}] \div [\text{かかった総時間}] \\ & = [72 \text{ km}] \div [15 \text{ 時間}] \\ & = [4.8 \text{ km/時}] \end{aligned}$$

24 kmの時も、36 kmの時も、
往復の平均時速が、
[4.8 km] となりました。
もしかしたら、……
往復の平均時速は、
距離に関係なく
[4.8 km] となるのだろうか。

【付録】

x kmの道のりを行くのに
行きは時速6 km、帰りは時速4 kmで進んだ。

次の①～⑤の問いに答えなさい。

① 行きは、何時間かかりましたか。

$$\begin{aligned} & [x \text{ km}] \div [6 \text{ km/時}] \\ & = \frac{x}{6} \text{ 時間} \end{aligned}$$

② 帰りは、何時間かかりましたか。

$$\begin{aligned} & [x \text{ km}] \div [4 \text{ km/時}] \\ & = \frac{x}{4} \text{ 時間} \end{aligned}$$

③ 往復では、何km歩きましたか。

$$\begin{aligned} & [x \text{ km}] \times [2] \\ & = [x \times 2 \text{ km}] \end{aligned}$$

④ 往復では、合計何時間かかりましたか。

$$\begin{aligned} & \text{①} \cdot \text{② から、} \\ & \frac{x}{6} + \frac{x}{4} \end{aligned}$$

⑤ 往復の平均時速はどれだけですか。

$$\begin{aligned} & [\text{進んだ総距離}] \div [\text{かかった総時間}] \\ & = [x \times 2] \div \left(\frac{x}{6} + \frac{x}{4} \right) \\ & = \frac{24}{5} = 4.8 \end{aligned}$$

行きが 6 km/時
帰りが 4 km/時のとき、
往復の平均時速は
距離に関係なく
[4.8 km] となります。

第6節 通過算の準備となる問題

次の①～⑧の問題は、通過算の準備となる問題です。

[準備①]

秒速 $10m$ で
 $200m$ 進むには
 何秒かかりますか。

$$[200m] \div [10m/\text{秒}] = [20\text{秒}]$$

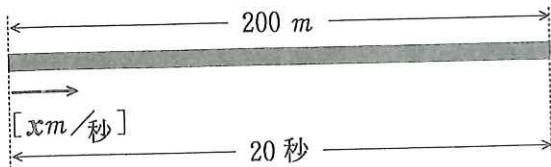
[準備①] は、次のような問題と同じ意味ともなります。

$200m$ の列車が、
 秒速 $10m$ で人の前を通過しました。
 通過し終えるのに何秒かかりましたか。

[以下、通過算を参照してください。]

[準備②]

$200m$ 進むのに
 20 秒かかりました。
 秒速何 m ですか。



$$= [200m] \div [20\text{秒}] = [10m/\text{秒}]$$

[準備③]

秒速 $10m$ で
 20 秒かかった。
 何 m ありますか。



$$[10m/\text{秒}] \times [20\text{秒}] = [200m]$$

[準備④]

[秒速 $10m$] で
 $[12\text{秒}]$ かかる。
 [同じ速さ] で $[18\text{秒}]$ かかるところは
 $[12\text{秒}]$ かかるところより [何 m] 長いか。

[考え方・その1]

$[12\text{秒}]$ かかる [距離] より
 $[18\text{秒}]$ かかる [距離] は、
 $[6\text{秒}]$ 多くかかるのだから、
 $[6\text{秒分}]$ だけ [距離] が長いはずである。

だから、

$$[10m/\text{秒}] \times [6\text{秒}] = [60m]$$

[考え方・その2]

$$[10m/\text{秒}] \times [12\text{秒}] = [120m]$$

$$[10m/\text{秒}] \times [18\text{秒}] = [180m]$$

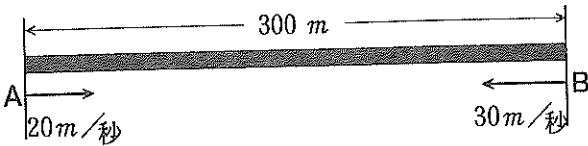
$$[180m] - [120m] = [60m]$$

[その2] の考え方でもいいのだけれど、
 ここでは、
 [その1] の考え方を習得してほしい。

[準備 ⑤]

AとBは300m離れています。
Aの速さは秒速20m
Bの速さは秒速30mです。

向い合って進む時
AとBは何秒後に会いますか。



向い合って進むので、
[AとB]が[1秒間]に[近づく距離]は
[Aの1秒間に進む距離]+[Bの1秒間に進む距離]
= [20m] + [30m]
= [50m]です。

[1秒間]に[50m]近づきますから、
[300m]近づくためには、
[300m] ÷ (20m/秒 + 30m/秒)
= [300m] ÷ [50m/秒]
= [6秒]
かかります。

[準備 ⑥]

Aの速さは秒速20m
Bは秒速30mです。
AとBが向い合って進む時
出会うまでに6秒かかります。

AとBは何m離れていますか。

向い合って進むので、
AとBが1秒間に近づく[距離]は
[20m] + [30m]
= [50m]です。

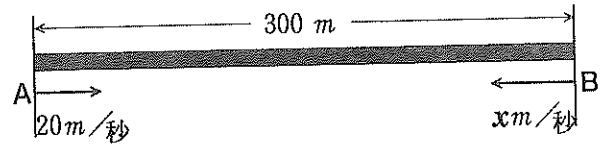
1秒間に[50m]近づきますから、
[6秒間]近づくと、

[50m/秒] × [6秒]
= [300m]
となります。

[準備 ⑦]

AとBは300m離れています。
出会うまでに6秒かかります。

Aの速さが秒速20mとすると
Bは秒速何mですか。



1秒間に両者が近づく距離は、
[300m ÷ 6秒] = [50m/秒]です。

このうち、
Aが[20m/秒]近づいているのだから、
Bが進む速さは、
[50m/秒 - 20m/秒]
= [30m/秒]です。

[準備 ⑧]

Aの秒速は分かりませんが
Bの速さは秒速30mです。
300m離れているとき
出会うまでに6秒かかります。

このAの秒速を求めなさい。

AとBが1秒間に近づく距離は、
[300m ÷ 6秒] = [50m/秒]です。

50mのうち、
Bが30m/秒近づいているので、
Aが1秒間に近づいている距離は、
[50m/秒 - 30m/秒]
= [20m/秒]です。