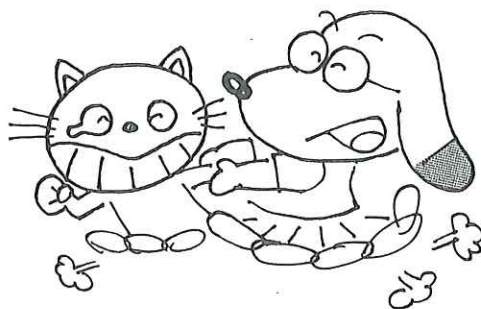


第4編



主として、
[数の規則性] をもとに解く

| | | |
|-----|------------------|-----|
| 第1章 | 植木算 | |
| 第1節 | 幅のないものを周りに植える | 181 |
| 第2節 | 直線上の両端に幅0のもの | 183 |
| 第3節 | 直線上の両端に植えないばあい | 185 |
| 第4節 | 長さのあるものを離して並べる | 187 |
| 第5節 | 長さのあるものを重ねて並べる | 189 |
| 付節 | 2から8までとはどのような意味か | 191 |

| | | |
|-----|----------------|-----|
| 第2章 | 方陣算1 | 正方陣 |
| 第1節 | 辺の数・周囲の数・全体の数 | 195 |
| 第2節 | 縦・横1列ずつ増やしたとき | 203 |
| 第3節 | 回りに1列ずつ増やしたとき | 205 |
| 第2章 | 方陣算2 | 長方阵 |
| 第1節 | 縦・横・周囲の数・全体の数 | 207 |
| 第2節 | 横が縦より3個多い長方阵 | 209 |
| 第3節 | 横が縦の2倍の長方阵 | 211 |
| 第4節 | 縦・横に1列ずつ増やしたとき | 213 |
| 第5節 | 長方阵の回りに1列とりかこむ | 215 |

| | | |
|-----|------------------|-----|
| 第3章 | 周期性 | |
| 第1節 | 同じものがくりかえし現われるとき | 217 |
| 第2節 | 周期性を組み合わせた問題 | 221 |
| 第3節 | [曜日]と[日にち] | 223 |
| 第4節 | 百年カレンダー | 229 |

| | | |
|-----|--------|-----|
| 第4章 | 数の列 | |
| 第1節 | 等差数列 | 235 |
| 第2節 | 等差数列の和 | 243 |
| 第3節 | その他の数列 | 249 |

| | | |
|-----|-------------|-----|
| 第5章 | N進法 | |
| 第1節 | 二進法と十進法 | 251 |
| 第2節 | 三進法と十進法 | 255 |
| 第3節 | 五進法と十進法 | 257 |
| 第4節 | 十進法の図示 | 259 |
| 第5節 | 十進数をN進数で表わす | 261 |

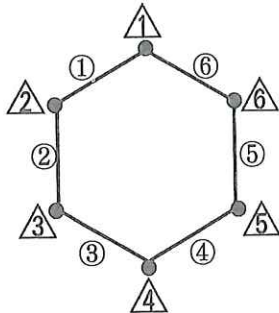
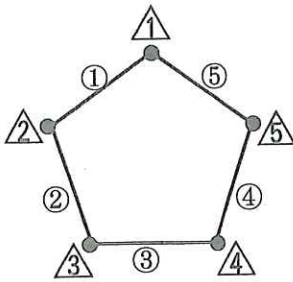
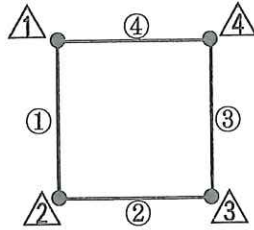
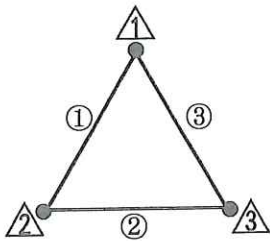
第1章 植木算

第1節 幅の無いものを周りに植える

例1-1

[周り]が[12m]ある池のまわりに
[3mおき]に木を植えたい。
木は[何本]必要ですか。

下の図を見て、
[木の数]と[間の数]との関係を考えなさい。



[池の周り] [ある土地のまわり]に
木を植えた時は

[木の数]と[間の数]とが
[等しく]なります。

ところで

[木]には、[幅]があるはずで
す。

しかし、この問題には

[木の幅]が示されていません。

また、

[木と木の間]と言っても、
[木の真ん中から木の真ん中]までなのか

[木の端から木の端]までなのか

分かりません。

算数でこのような問題が出された時は

ふつう、[木の幅は0]として

考える習慣になっています。

そうすると、

[木と木の間]は、どこからどこまでかの、
問題はなくなります。

このような約束を知らずに

実際のように思えがいて考えると

この問題には答えることができません。

[端から端までの長さ]を

[全体の長さ]と呼んだりします。

[木と木の間]を

[間の長さ]または[間隔]などと
呼んだりします。

例1-1の答え

池の[まわり]に木を植えると、

[木の数]と[木と木の間の数]は

いつも等しくなります。

$$\begin{aligned} \text{[全体の長さ]} \div \text{[1つの間隔]} &= \text{[間の数]} \\ \text{[12m]} \div \text{[3m]} &= \text{[4]} \end{aligned}$$

[間の数]が[4つ]ですから

[木の数]も[4本]です。

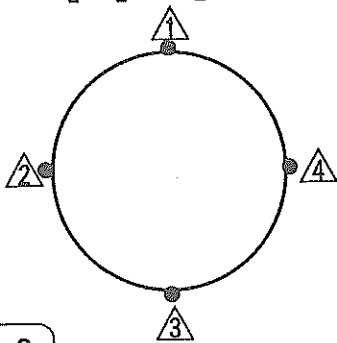
例1-2

^{まわ}[周り]が[12 m]ある池のまわりに
[4本]の木を
^{ひと}[等しい間]をおいて植えたい。
木は[何mおき]に植えるとよろしいか。

池の[周り]に木を植えると、
[木の数]と[木と木の間の数]は
いつも等しくなります。

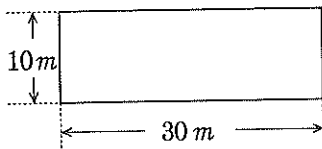
$$[\text{全体の長さ}] \div [\text{間の数}] = [\text{1つの間隔}]$$

$$[12m] \div [4] = [3m]$$



例1-3

下図のような長方形の形をした
土地の周りに
[5 mおき]に木を植えたい。
[何本]必要か。



$$[\text{長方形の周囲の長さ}]$$

$$= (\text{縦} + \text{横}) \times [2]$$

$$= (10m + 30m) \times [2]$$

$$= [80m]$$

$$[\text{周囲の長さ}] \div [\text{1つの間隔}] = [\text{間の数}]$$

$$[80m] \div [5m] = [16]$$

[間の数]が[16]ですから
[木の数]も[16本]です。

例1-4

ある池の周りに
[3 mおき]に木を植えたら
[4本]でちょうどでした。
池の[周りは何m]あるのでしょうか。

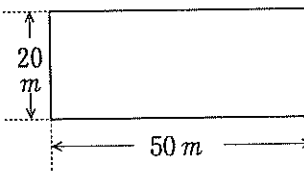
池の[まわり]だから、
[木の数]と[間の数]は等しい。

$$[\text{1つの間隔}] \times [\text{間の数}] = [\text{全体の長さ}]$$

$$[3m] \times [4] = [12m]$$

例1-5

[縦20m]、[横50m]の
[長方形]のプールがあります。
このプールの周囲に
[2 mおき]に印をつけていくと
[印はいくつ]になるでしょう。



$$[\text{プールの周囲の長さ}]$$

$$= (\text{縦} + \text{横}) \times [2]$$

$$= (20m + 50m) \times [2]$$

$$= [140m]$$

$$[\text{周囲の長さ}] \div [\text{1つの間隔}] = [\text{間の数}]$$

$$[140m] \div [2m] = [70]$$

[間の数]と[区切りの数]は等しいから、
[印の数]は[70個]。

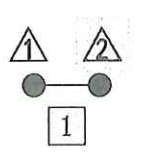
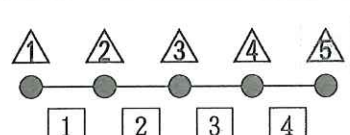
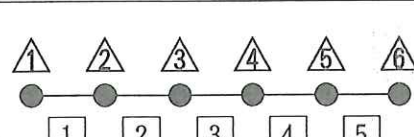
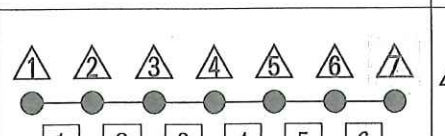
【参考】

この例1-5のように、
[印]など、
長さが問題にならないものを使うと、
[木の幅]のような問題はなくなります。

第2節 直線上の両端にも植える

[池のまわり] に木を植えるのと、
 [直線上] に木を植えるのとでは
 [間の数] と [木の数] との関係が違います。

[下の図] を見て考えなさい。

| | 木の数 | 間の数 | 木の数との差 |
|---|-----|-----|--------|
|  | 2 | 1 | 1 |
|  | 3 | 2 | 1 |
|  | 4 | 3 | 1 |
|  | 5 | 4 | 1 |
|  | 6 | 5 | 1 |
|  | 7 | 6 | 1 |

例2-1

[3 m おき] に
 木を [5 本] 植えました。
 [両端] の [木と木の間の長さ] は
 [何 m] になりますか。

[間の数] は
 [木の数] より [1 少ない] ので、
 $[5 - 1] = [4]$ です。

[間の長さ] × [間の数] = [全体の長さ]
 $[3 m] \times (5 - 1) = [12 m]$



りょうはし
 [両端] を
 [木の数] として数える時、

[木の数] は、
 [間の数] よりも [1 大きく] なります。

逆にいうと、
 [間の数] は、
 [木の数] よりも [1 小さく] なります。

例2-2

はし 端から端まで [12 m] あるところに
木を端から [3 m おき] に植えたい。
木は、[何本] 必要ですか。

[12 m] の中に、
[3 m] が [12 m ÷ 3 m] で
[間の数] が [4 つ] あることが分かります。

[木の数] は、
[間の数] より
[1 多い] ので
[4 + 1] = [5] で、
[5 本] 必要です。

例2-3

端から端まで [12 m] あるところに
[木を等しい間] をおいて
[5 本] 植えたい。
木は、[何 m おき] に植えればよろしいか。

[木が5本] あるということは
木と木の [間の数] が
[5 - 1] で [4] あるということです。

[12 m] の中に、
[4 つの間の数] があるので、
[1 つの間の長さ] は
[12 m ÷ 4] = [3 m]

例2-4

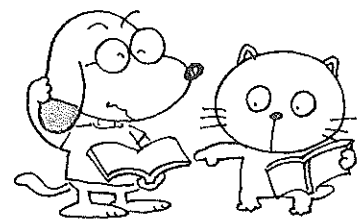
長さ [12 m] の道の両側に
[3 m おき] に、木を植えるには
[何本] の木がいりますか。
両端にも植えることにします。

例2-2 と同じタイプの問題ですが、
[道の両側] と変わっています。
ウっかり読み飛ばさないように。

$$\begin{aligned} [12 m \div 3 m] &= [4] && \text{[間の数]} \\ [4 + 1] &= [5] && \text{[木の数]} \end{aligned}$$

両側ですから、

$$[5 \text{ 本} \times 2] = [10 \text{ 本}]$$



第3節 りょうはし 両端に植えないばあい

| | 木の数 | 間の数 | 木の数との差 |
|--|-----|-----|--------|
| | △ | 1 | 1 |
| | △ | 2 | 1 |
| | △ | 3 | 1 |
| | △ | 4 | 1 |
| | △ | 5 | 1 |
| | △ | 6 | 1 |

例3-1

電柱2本が
[12 m] 離れて立っています。
この電柱と電柱の間に
[3 m おき] に木を植えたい。
木は [何本] 必要ですか。

[12 m] の中に
[3 m] は、[$12m \div 3m$] で
[4つ] あります。

[両端] に [木がない時]、
[間の数] が [4つ] あるということは、
[木の数] は [4 - 1] で
[3本] 必要です。

[上の図] のように
[両端] を
[木の数] として [数えない] 時
[間の数] は
[木の数] よりも [1大きく] なります。

逆に言うと
[木の数] は
[間の数] よりも
[1小さく] なります。

例3-2

電柱が〔2本〕が
 〔12m〕^{はな}離れて立っています。
 この電柱と電柱の間に
 木を〔等しい間〕をおいて
 〔3本〕植えたい。
 木は
 〔何mおき〕に植えるとよろしいか。

〔両端〕を数えないで
 〔木の数〕が〔3〕ですから、
 〔間の数〕は〔3+1〕の〔4つ〕になります。

〔12m〕の中に、
 〔間の数〕が〔4つ〕あるのですから、
 〔1つの間の長〕さは、
 $〔12m \div 4〕 = 〔3m〕$ です。

例3-3

電柱〔2本〕が^{はな}離れて立っています。
 この電柱と電柱の間に
 〔等しい間〕をおいて
 木が〔3mおき〕に
 〔3本〕植わっています。
 電柱と電柱は
 〔何m〕離れて立っていますか。

両端に電柱があって
 その間に木が3本植えられているとき、
 電柱と電柱の間には
 $3m$ が〔3+1〕=〔4〕あるはずで。

であるから、
 電柱と電柱の間には
 $〔3m \times 4〕$
 $= 〔12m〕$ ある。

例3-4

〔5m〕の長さの木を
 〔50cm〕ずつに切りました。
 1カ所切るのに〔7分〕かかりました。
 全部切り終わるのには
 〔何分〕かかりましたか。

$$〔5m〕 = 〔500cm〕$$

〔50cm〕ずつに切ると、
 切り離された木の数は
 $〔500cm \div 50cm〕 = 〔10〕$ 個になります。

この時、
 〔切る回数〕は、
 $〔10 - 1〕 = 〔9〕$ 回になります。

よって、〔かかる時間〕は、
 $〔7分/回 \times 9回〕 = 〔63分〕$

これは、
 〔切り離された木の数〕が
 植木算でいうところの〔間の数〕で、
 〔切る回数〕が
 植木算でいうところの〔木の数〕になる、
 ということばで
 ややくしくなる問題です。

第4節 長さのあるものを離して並べる

[植木算とは]

- ① [木の数] または [間の数]
- ② [両端^{りょうはし}の間の長さ]
- ③ [1つの間の長さ] = [間隔^{かんかく}]
の3つのうち
[2つ] がわかっていて
[残りの1つ] を求めるのが
[植木算] と呼ばれる問題です。

このとき、
[第1節] ぐるりを囲むように植える
[第2節] 木の数として両端をふくむ
[第3節] 木の数として両端をふくまない

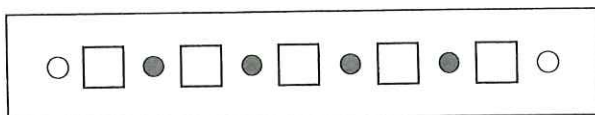
の3つの場合がありますから、
3×3 の9通りの問題ができます。

先に述べたように、
[木を植える] ような問題では、
[木の幅] を [0] と考えるのがふつうです。

しかし、
[植木算] を用いる問題で、
いつも [木の幅] のようなものを
無視^{むし}するのかというと、
そうでもないのです。

そこで、
入試問題では、
植木算の考えを用いるような問題でも
幅を考えに入れるのか入れないのか
どちらか、はっきり分かる問題にしていることが
多いのです。

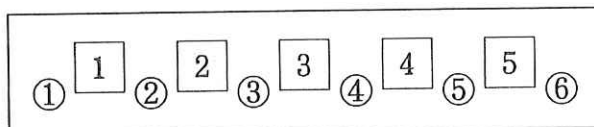
大きな板に、紙をならべるような問題のときは、
当然、紙の幅を考えに入れなければなりません。



図に示した ● の部分、
[紙と紙の間 ●] も
[紙と板の端との間 ○] も、
今後、この本では、
[間^{あいだ}] とよぶことにします。

[間の数] = [紙の枚数 + 1] となることは
図から明らかでしょう。

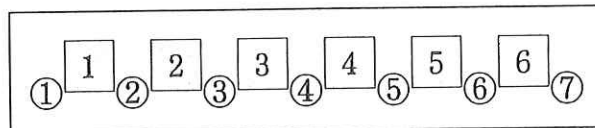
[紙5枚の場合]



[間の数] は、
[紙の枚数] より [1 多い] から、

$$\begin{aligned} \text{[間の数]} &= \text{[紙の枚数]} + [1] \\ \text{[間の数]} &= [5] + [1] \\ &= [6] \end{aligned}$$

[紙6枚の場合]



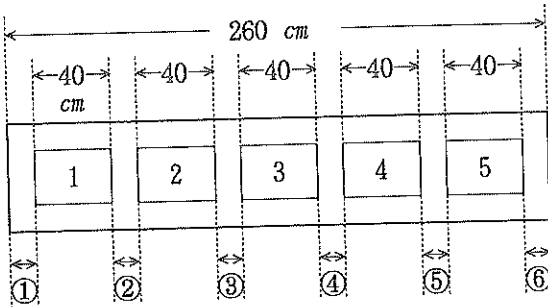
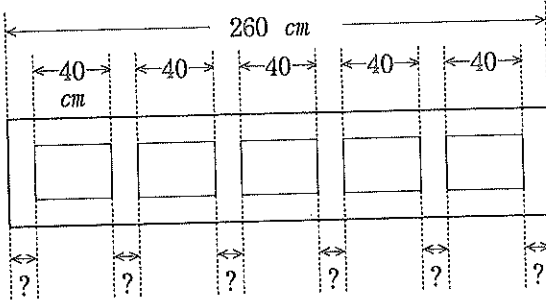
[間の数] は、
[紙の枚数] より [1 多い]。

$$\begin{aligned} \text{[間の数]} &= \text{[紙の枚数]} + [1] \\ \text{[間の数]} &= [6] + [1] \\ &= [7] \end{aligned}$$

例4-1

[長さ 260 cm] ある板に
[長さ 40 cm] の紙を
[5枚] はりたい。

[紙と紙の間] も
[紙と板の端との間] も
[等しい長さ] にするとき
[紙と紙の間の長さ] は [何cm?] か。



$$\begin{aligned} \text{[紙の全体の幅]} &= [40\text{ cm} \times 5 = 200\text{ cm}] \\ \text{[間の長さの和]} &= [\text{板全体の長さ} - \text{紙全体}] \\ &= [260\text{ cm} - 200\text{ cm}] \\ &= [60\text{ cm}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{[間1つ分]} &= [\text{間の長さの和} \div \text{間の数}] \\ &= [60\text{ cm} \div 6] \\ &= [10\text{ cm}] \end{aligned}$$

類題4-1

[長さ 320 cm] ある板に
[長さ 40 cm] の紙を
[7枚] はりたい。

[紙と紙の間] も
[紙と板のはしとの間] も
[等しい長さ] にするとき
[紙と紙の間の長さ] は [何cm] か。

$$\begin{aligned} \text{[紙の全体の幅]} &= [40\text{ cm} \times 7 = 280\text{ cm}] \\ \text{[間の長さの和]} &= [\text{板全体の長さ} - \text{紙全体}] \\ &= [320\text{ cm} - 280\text{ cm}] \\ &= [40\text{ cm}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{[間の数]} &= [\text{紙の枚数} + 1] \\ &= [7 + 1] = [8] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{[間1つ分]} &= [\text{間の長さの和} \div \text{間の数}] \\ &= [40\text{ cm} \div 8] \\ &= [5\text{ cm}] \end{aligned}$$

例4-2

[長さ x cm] ある板に
[長さ 40 cm] の紙を
[5枚] はりました。
[間の長さ] を [5 cm] にしたところ
ちょうど全て等しい間隔にはれました。
[板の幅] は [何cm] ですか。

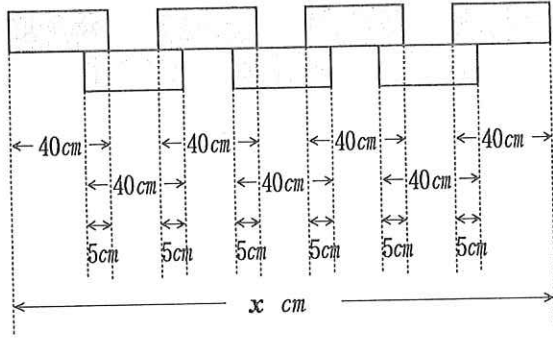
$$\begin{aligned} \text{[紙が5枚] ですから、} \\ \text{[間の数]} &= [5 + 1] = [6] \\ \text{[間の長さの和]} &= [5\text{ cm} \times 6] \\ &= [30\text{ cm}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{[板の長さ]} \\ &= [\text{紙の長さの和} + \text{間の長さの和}] \\ &= [40\text{ cm} \times 5 + 30\text{ cm}] \\ &= [230\text{ cm}] \end{aligned}$$

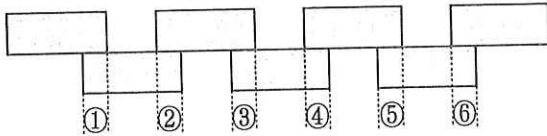
第5節 長さのあるものを重ねてつなぐ

例5-1

[長さ40 cm]の紙を、のりではって
[7枚]つなごうと思います。
[のりしろ]を[5 cm]にすると
[全体の長さ]は[何cm]になりますか。



下の図の中の①②③④⑤⑥は、
[のりしろの数]を表わしています。



[紙の枚数]が[7枚]の時、
[のりしろの数] = [重なった部分の数]は
[7より1少ない] = [6]となることは
[2枚目]から[1つつ]できることから
わかります。

$$\begin{aligned} & \text{[紙を、のりしろ無しでつないだときの長さ]} \\ & = \text{[紙全体の長さ]} \\ & = \text{[40 cm} \times \text{7]} \\ & = \text{[280 cm]} \end{aligned}$$

$$\text{[のりしろの数]} = \text{[7 - 1]} = \text{[6]}$$

$$\begin{aligned} & \text{[重なった部分の長さ]} \\ & = \text{[5 cm} \times \text{6]} \\ & = \text{[30 cm]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{[紙をのりしろでつないだ全体の長さ]} \\ & = \text{[紙全体の長さ]} - \text{[重なった部分の長さ]} \\ & = \text{[280 cm]} - \text{[30 cm]} \\ & = \text{[250 cm]} \end{aligned}$$

類題 間の数-1

[長さ26 cm]の紙を、のりではって
[11枚]つなごうと思います。
[のりしろ]を[5 cm]にすると
[つないだ全体の長さ]は
[何cm]ですか。

$$\begin{aligned} & \text{[紙全体の長さ]} = \text{[26 cm} \times \text{11]} \\ & = \text{[286 cm]} \end{aligned}$$

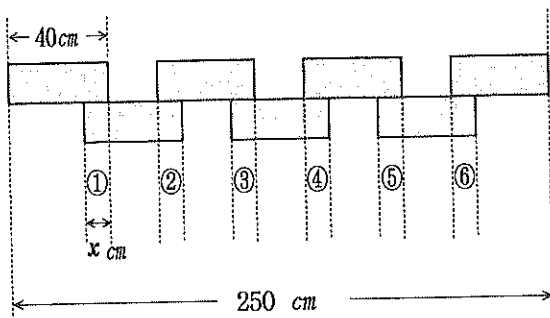
$$\begin{aligned} & \text{[のりしろの数]} \\ & = \text{[紙の枚数 - 1]} = \text{[11 - 1]} \\ & = \text{[10]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{[のりしろの長さ]} = \text{[5 cm} \times \text{10]} \\ & = \text{[50 cm]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{[つないだ全体の長さ]} \\ & = \text{[紙全体の長さ]} - \text{[のりしろ全体の長さ]} \\ & = \text{[286 cm - 50 cm]} \\ & = \text{[236 cm]} \end{aligned}$$

例5-2

幅40 cmの紙をノリで貼って
 [7枚] つなごうと思います。
 [全体の長さ] を
 [250 cm] にするためには
 [のりしろの長さ] を
 全て等しくしたとき
 重ねて貼る [のりしろ1つの長さ] は
 何 cm にするとよろしいか。



[紙全体の長さ] は
 $[40\text{ cm} \times 7 = 280\text{ cm}]$ になるはずですが。

しかし、
 [全体の長さ] を [250 cm] にしよう、
 というわけですから、

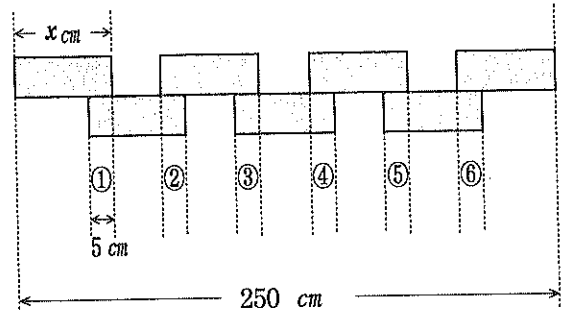
$[280\text{ cm} - 250\text{ cm} = 30\text{ cm}]$
 短くしなければなりません。

[のりしろの数] は $[7 - 1 = 6]$ 個ですから、
 [のりしろ1つの長さ] は、

$[30\text{ cm} \div 6]$
 $= [5\text{ cm}]$ です。

例5-3

幅 $x\text{ cm}$ の紙をノリで貼って
 [7枚] つなごうと思います。
 [のりしろの長さ] を [5 cm] にして
 [全体の長さ] を
 [250 cm] にするためには
 [1枚の紙の幅] は
 [何 cm] にするとよろしいか。



[7枚] の紙をつなぐと、
 のりしろの数は、 $[7 - 1 = 6]$ 箇所できます。
 のりしろ1つの長さは、5 cm ですから、
 のりしろに必要な余分な紙の長さは、
 全体で、 $[5\text{ cm} \times 6 = 30\text{ cm}]$ です。

のりしろでつないだ紙の長さを
 [250 cm] にしたいのですから、
 必要な紙の長さは、
 $[250\text{ cm} + 30\text{ cm} = 280\text{ cm}]$ です。

この長さを、
 [7枚] の紙で作るので、
 [1枚] につき、
 $[280\text{ cm} \div 7]$
 $= [40\text{ cm}]$ が必要です。

【付節】 2から8までとはどのような意味か

[2] から [8] まで、いくらあるか。

もともと
 それほど難^{むずか}しいことではないのですが、
 しばしば間違^{まちが}えられる
 [個数の数え方] について
 ここで確^{たしか}かめておきましょう。

[大人でも間違^{まちが}う人が多い] という人もあります。

次の

【★】 【1】 【2】 【3】 【4】 【5】 の問題の
 答えを求める式を書きなさい。

【★】 [スタートして、2 mの地点から
 8 mの地点までの距離]

【1】 [2日^{ふつか}から8日^{よおか}まで、何日ありますか]

【2】 [2番目の人から8番目の人まで
 何人いますか]

【3】 [2番目の人と、8番目の人との間には、
 何人の人がいますか]

【4】 [1月2日から数えて
 1月8日は、何日目になりますか]

【5】 [1月8日は、
 2日から、何日目の日ですか]

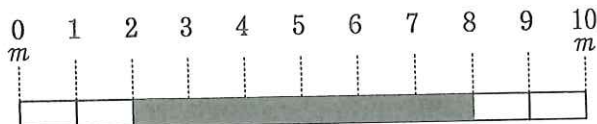
【★】 と

【1】 【2】 【3】 【4】 【5】 との間には、
 算数的にまったくちがう面があります。

【★】

スタートして、
 2 mの地点から8 mの地点までの距離^{きょり}

は、図解すると、次のように、
 [ある点] から [ある点] までの [長さ]
 を求めていることが分かります。



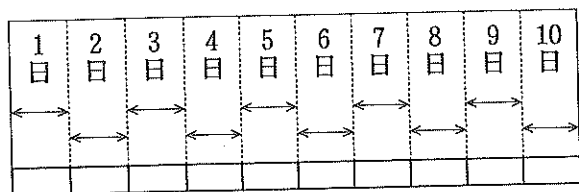
[0からの距離] として、
 [2 m] は [0 mから2 mまで] を、
 [8 m] は [0 mから8 mまで] を、
 あらわしていますから、

そのままの数字を用いて

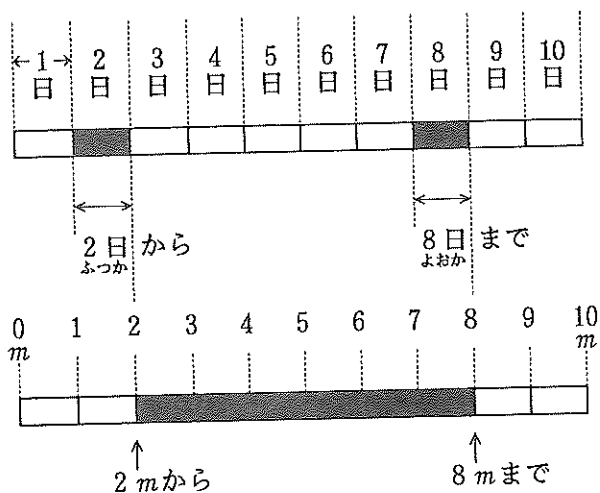
[8 m - 2 m] として求められます。



しかし、
 [2日] とか [8日] などのように、
 [何日] という場合は、
 [ある数字] がもっている意味は、
 [ある点] の [位置] を示しているのではなく、
 [ある長さ] をもった [位置] を示しています。



【★】と【1】の^{ちが}違いを
 次の図で確かめてください。



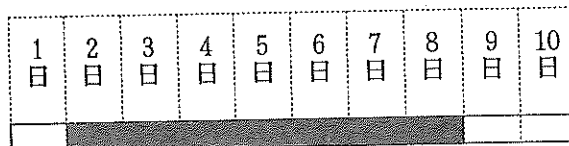
参照

1日、2日などの読み方については、
 [第3章周期性 224 ページ] を見てください。

【1】

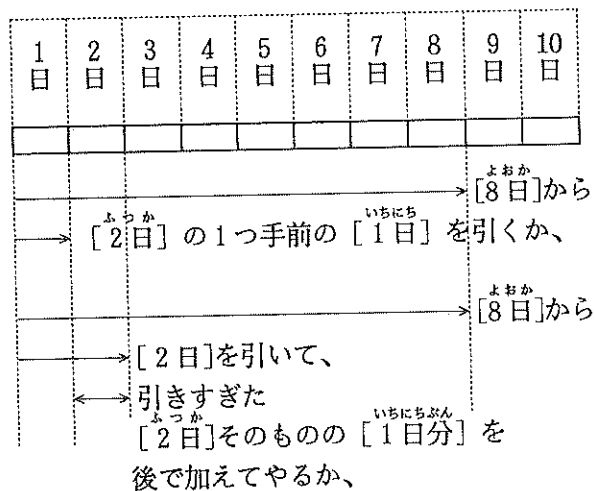
ふつか^{ふつか}からよおか^{よおか}まで、何日ありますか

は、



のように、
 [1日^{ついたち}の終わり] = [2日^{ふつか}の始まり] から、
 [8日^{よおか}の終わり] までになるのです。

ですから、



どちらかです。

[8日 - (2日 - 1日)] とするか、
 [8日 - 2日 + 1日] とする。

いずれにしても、
 問題文の中には現われない [1] を
 [先に引く] か、 [後で足す] か
 してやらねばなりません。

ここが非常にまちがいやすいところです。

【4】

1月2日から数えて
1月8日は、何日目になりますか。

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1日 | 2日 | 3日 | 4日 | 5日 | 6日 | 7日 | 8日 | 9日 | 10日 |
| | | | | | | | | | |
| | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ | ⑦ | | |

[1月2日から数えて] とありますから、
[1月2日] を
[第1日目] と考えるらしいことが
はっきりしています。

では、
[8] と [2] から
どのような [式] をみちびけばいいのでしょ
うか。

【2】の

2番目の人から8番目の人まで
何人いますか

の場合と
まったく同じように考えればいいでしょう。

【5】

1月8日は
1月2日から、何日目の日ですか。

ところが、
こちらの場合はどうすればいいのか。

[1月2日] を
[第1日目] とするのか、

[1月2日] の
[次の日] を [第1日目] とするのか、

そのへんのところがハッキリしません。

これは、
他の部分から判断するしかありません。