第4章 数の列

第1節 等差数列（とうさすうれつ）

例 1

	①番目	②番目	③番目	④番目	⑤番目	⑥番目	⑦番目	⑧番目	⑨番目	⑩番目	⑪番目	⑫番目	⑬番目	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	

［となりどうし］の［差］は［いつも１］の［等差数列］。

例 2

	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	

［となりどうし］の［差］が［いつも２］の数列。

例 3

	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	

［となりどうし］の［差］が［いつも３］の数列。

例 4

	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	

［となりどうし］の［差］が［いつも２］の数列。

例 5

	2	5	8	11	14	17	20	23	26	29	32	35	38	

［となりどうし］の［差］が［いつも３］の数列。

上のような、
［等しい］［差］をもつ［数の列］を
［等差数列（とうさすうれつ）］と言います。

これから、しばらく、

［等差数列（とうさすうれつ）］について学びます。

左で使った［① 番目］
［②③④⑤⑥⑦⑧⑨⑩⑪⑫⑬⑭⑮番目］
などの

順序（じゅんじょ）を表わす数を
［順序数（じゅんじょすう）］と呼ぶことにします。

［何番目（なんばんめ）］を
［N番目（エヌばんめ）］とも言うことにします。

【参考】

［1，2，3，4，5，6，・・・・・］
のように
［1］と
［1に1ずつ加えてできる数］とをあわせて
［自然数］といいます。

等差数列の［N番目の数］を求める。

例［あいているワクの中の数を考えなさい］

	例1	例2	例3	例4	例5
①番目	1	2	3	1	2
②番目	2	4	6	3	5
③番目	3	6	9	5	8
④番目					
⑤番目					
⑥番目					
⑦番目					
⑧番目					
⑨番目					
⑩番目					

例1は、
［順序］を表わす数＝［N番目］の［N］と、
［N番目の数］とが等しいので、
問題はありません。

	例1	例2	例3	例4	例5
①番目	1	2	3	1	2
②番目	2	4	6	3	5
③番目	3	6	9	5	8
④番目	4	8	12	7	11
⑤番目	5	10	15	9	14
⑥番目	6	12	18	11	17
⑦番目	7	14	21	13	20
⑧番目	8	16	24	15	23
⑨番目	9	18	27	17	26
⑩番目	10	20	30	19	29

例 2

次の方法は、
小学生風な求め方です。

	例2	例2を求める式 A	例2を求める式 B
①番目	2	① × 2	2 × ①
②番目	4	② × 2	2 × ②
③番目	6	③ × 2	2 × ③
④番目	8	④ × 2	2 × ④
⑤番目	10	⑤ × 2	2 × ⑤
⑥番目	12	⑥ × 2	2 × ⑥
⑦番目	14	⑦ × 2	2 × ⑦
⑧番目	16	⑧ × 2	2 × ⑧
⑨番目	18	⑨ × 2	2 × ⑨
⑩番目	20	⑩ × 2	2 × ⑩

［n番目の数］を［2倍する］か、
［2］を［n倍する］か。

あいている［わく］に
［数や式］をいれなさい。

	例2	例2を求める式 A	例2を求める式 B
①番目	2		
②番目	4		
③番目	6		
④番目	8		
⑤番目			
⑥番目			
⑦番目			
⑧番目			
⑨番目			
⑩番目			

例 3

次の数列のきまりを見つけなさい。

	例3	例3を求める式 A	例3を求める式 B
①番目	3	①×3	3×①
②番目	6	②×3	3×②
③番目	9	③×3	3×③
④番目	12	④×3	3×④
⑤番目	15	⑤×3	3×⑤
⑥番目	18	⑥×3	3×⑥
⑦番目	21	⑦×3	3×⑦
⑧番目	24	⑧×3	3×⑧
⑨番目	27	⑨×3	3×⑨
⑩番目	30	⑩×3	3×⑩

例3は、
［順序数の3倍］＝［自然数の3倍］と考えるか、
［3のN倍］＝［3の自然数倍］と考えるか。

あいている［わく］に
［数や式］をいれなさい。

	例3	例3を求める式 A	例3を求める式 B
①番目	3	①×3	3×①
②番目	6		
③番目	9		
④番目	12		
⑤番目			
⑥番目			
⑦番目			
⑧番目			
⑨番目			
⑩番目			

［自然数の2倍］と考えたり、
［2の自然数倍］と考えたりして、
［N番目の数］を求める方法の発展で、
例4をもとめてみます。

例 4

［1、3、5、7、9、········］の
n番目の数は、いくらになりますか。

	①番目	②番目	③番目	④番目	⑤番目	⑥番目	⑦番目	⑧番目	⑨番目	⑩番目	⑪番目	…	N番目	
	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	…	?	

［となりどうし］の［差］は［いつも2］です。

	例4	例4を求める式 A	例4を求める式 B
①番目	1	①×2－1	2×①－1
②番目	3	②×2－1	2×②－1
③番目	5	③×2－1	2×③－1
④番目	7	④×2－1	2×④－1
⑤番目	9	⑤×2－1	2×⑤－1
⑥番目	11	⑥×2－1	2×⑥－1
⑦番目	13	⑦×2－1	2×⑦－1
⑧番目	15	⑧×2－1	2×⑧－1
⑨番目	17	⑨×2－1	2×⑨－1
⑩番目	19	⑩×2－1	2×⑩－1

このように、
［2］と［順序数］の［積］から、
［1を引く］ことにより求められます。

しかし、
この方法では、
後々（のちのち）、
いろいろの［等差数列］を研究するのに、
不便なところがありますから

［いちばん初めの数］に
［どれだけの数］が［加わった］

という考え方で、求める方法を研究します。

例 4

［1、3、5、7、9、・・・・・・・・］

	例4	例4を求める式 C	例4を求める式 D
①番目	1	1	

↑
［この数］は、
［初めの数］を表わしている。

［この数］は、
［差の個数］を表わしている。
↓

②番目	3	1 ＋ 2 × 1	1＋2×(②−①)
③番目	5	1 ＋ 2 × 2	1＋2×(③−①)
④番目	7	1 ＋ 2 × 3	1＋2×(④−①)
⑤番目	9	1 ＋ 2 × 4	1＋2×(⑤−①)
⑥番目	11	1 ＋ 2 × 5	1＋2×(⑥−①)
⑦番目	13	1 ＋ 2 × 6	1＋2×(⑦−①)
⑧番目	15	1 ＋ 2 × 7	1＋2×(⑧−①)
⑨番目	17	1 ＋ 2 × 8	1＋2×(⑨−①)
⑩番目	19	1 ＋ 2 × 9	1＋2×(⑩−①)

↑
［この（　）の中］は
［差の個数］の
求め方を表わしている。
［植木算］の考えで個数を
見つけてください。

そこで、
この［差の個数］を数えると、
［N番目 −1］個、
ということになるので、
左のページの、右の［求める式D］

1 ＋ 2 ×（Ⓝ − ①）　　のように、

［初めの数］＋［差］×（N番目 −①）

として求めます。

例 4

あいている［わく］に、
［求める式］をいれなさい。

	例4	例3を求める式 C	例3を求める式 D
①番目	1		
②番目	3		
③番目	5		
④番目	7		
⑤番目			
⑥番目			
⑦番目			
⑧番目			
⑨番目			
⑩番目			

例 5

[2、5、8、11、14、・・・・・・・・]

今まで学んだ4つの方法で、
次の[数列]の
[N番目の数]を[求める式]を考えなさい。

A B

	例5	例5を求める式 A	例5を求める式 B
①番目	2	①×3−1	3×①−1
②番目	5	②×3−1	3×②−1
③番目	8	③×3−1	3×③−1
④番目	11	④×3−1	3×④−1
⑤番目	14	⑤×3−1	3×⑤−1
⑥番目	17	⑥×3−1	3×⑥−1
⑦番目	20	⑦×3−1	3×⑦−1
⑧番目	23	⑧×3−1	3×⑧−1
⑨番目	26	⑨×3−1	3×⑨−1
⑩番目	29	⑩×3−1	3×⑩−1

C D

	例5	例5を求める式 C	例5を求める式 D
①番目	2	2	
②番目	5	2+3×1	2+3×(②−①)
③番目	8	2+3×2	2+3×(③−①)
④番目	11	2+3×3	2+3×(④−①)
⑤番目	14	2+3×4	2+3×(⑤−①)
⑥番目	17	2+3×5	2+3×(⑥−①)
⑦番目	20	2+3×6	2+3×(⑦−①)
⑧番目	23	2+3×7	2+3×(⑧−①)
⑨番目	26	2+3×8	2+3×(⑨−①)
⑩番目	29	2+3×9	2+3×(⑩−①)

あいている[わく]に、
[求める式]をいれなさい。

A B

	例5	例5を求める式 A	例5を求める式 B
①番目	2	①×3−1	3×①−1
②番目	5		
③番目	8		
④番目			
⑤番目			
⑥番目			
⑦番目			
⑧番目			
⑨番目			
⑩番目			

C D

	例5	例5を求める式 C	例5を求める式 D
①番目	2	2	
②番目	5	2+3×1	2+3×(②−①)
③番目	8		
④番目			
⑤番目			
⑥番目			
⑦番目			
⑧番目			
⑨番目			
⑩番目			

例 6

[4、7、10、13、 ....]

今まで学んだ4つの方法で、
次の[数列]の
[N番目の数]を[求める式]を考えなさい。

あいている[わく]に、
[求める式]をいれなさい。

	例6	例6を求める式 A	例6を求める式 B
①番目	4	①×3+1	3×①+1
②番目	7	②×3+1	3×②+1
③番目	10	③×3+1	3×③+1
④番目	13	④×3+1	3×④+1
⑤番目	16	⑤×3+1	3×⑤+1
⑥番目	19	⑥×3+1	3×⑥+1
⑦番目	22	⑦×3+1	3×⑦+1
⑧番目	25	⑧×3+1	3×⑧+1
⑨番目	28	⑨×3+1	3×⑨+1
⑩番目	31	⑩×3+1	3×⑩+1

	例6	例6を求める式 A	例6を求める式 B
①番目	4	①×3+1	3×①+1
②番目	7		
③番目	10		
④番目			
⑤番目			
⑥番目			
⑦番目			
⑧番目			
⑨番目			
⑩番目			

	例6	例6を求める式 C	例6を求める式 D
①番目	4	4	
②番目	7	4+3×1	4+3×(②−①)
③番目	10	4+3×2	4+3×(③−①)
④番目	13	4+3×3	4+3×(④−①)
⑤番目	16	4+3×4	4+3×(⑤−①)
⑥番目	19	4+3×5	4+3×(⑥−①)
⑦番目	22	4+3×6	4+3×(⑦−①)
⑧番目	25	4+3×7	4+3×(⑧−①)
⑨番目	28	4+3×8	4+3×(⑨−①)
⑩番目	31	4+3×9	4+3×(⑩−①)

	例6	例6を求める式 C	例6を求める式 D
①番目	4	4	
②番目	7	4+3×1	4+3×(②−①)
③番目	10		
④番目			
⑤番目			
⑥番目			
⑦番目			
⑧番目			
⑨番目			
⑩番目			

きちんと練習しましたか。
今までに見てきた方法のどれでもできるように
練習しましょう。

一度、練習しきっておくと、
だいたい身につくでしょう。

［表］として
答えが全部書いてありますから、
ながめるだけでも済みそうですが、
少なくとも、一々声を出して読み、
できれば、
自分の手で書いてみることをおすすめしたい。

その作業をする間に、
何かしら、数の列の規則性などが
見えてくるものです。

作業をバカにしてはいけません。
頭も、
手や足と同じように、
何かを身につけるためには
体操がひつようなのです。

新しい発見も、
頭の体操を通じても行われるものなのです。

頭の体操は、
手の体操などを通じても行われるものなのです。

作業をバカにしてはいけません。

もう少し練習しておきましょう。

例 7

	①番目	②番目	③番目	④番目	⑤番目	⑥番目	⑦番目	⑧番目	⑨番目	⑩番目	⑪番目	…	N番目	
	5	12	19	…	…	…	…	…	…	…	…	…	?	

A　　B

	例 7	例 7 を求める式 A	例 7 を求める式 B
①番目	5		
②番目	12		
③番目	19		
④番目			
⑤番目			
⑥番目			
⑦番目			
⑧番目			
⑨番目			
⑩番目			

C　　D

	例 7	例 7 を求める式 C	例 7 を求める式 D
①番目	5		
②番目	12		
③番目	19		
④番目			
⑤番目			
⑥番目			
⑦番目			
⑧番目			
⑨番目			
⑩番目			

例 7

	①番目	②番目	③番目	④番目	⑤番目	⑥番目	⑦番目	⑧番目	⑨番目	⑩番目	⑪番目	…	N番目	
	5	12	19	26	33	40	47	54	61	68	75	…	?	

	例 7	例 7 を求める式 A	例 7 を求める式 B
①番目	5	① × 7 − 2	7 × ① − 2
②番目	12	② × 7 − 2	7 × ② − 2
③番目	19	③ × 7 − 2	7 × ③ − 2
④番目	26	④ × 7 − 2	7 × ④ − 2
⑤番目	33	⑤ × 7 − 2	7 × ⑤ − 2
⑥番目	40	⑥ × 7 − 2	7 × ⑥ − 2
⑦番目	47	⑦ × 7 − 2	7 × ⑦ − 2
⑧番目	54	⑧ × 7 − 2	7 × ⑧ − 2
⑨番目	61	⑨ × 7 − 2	7 × ⑨ − 2
⑩番目	68	⑩ × 7 − 2	7 × ⑩ − 2

	例 7	例 7 を求める式 C	例 7 を求める式 D
①番目	5	5	5
②番目	12	5 + 7 × 1	5 + 7 ×(②−①)
③番目	19	5 + 7 × 2	5 + 7 ×(③−①)
④番目	26	5 + 7 × 3	5 + 7 ×(④−①)
⑤番目	33	5 + 7 × 4	5 + 7 ×(⑤−①)
⑥番目	40	5 + 7 × 5	5 + 7 ×(⑥−①)
⑦番目	47	5 + 7 × 6	5 + 7 ×(⑦−①)
⑧番目	54	5 + 7 × 7	5 + 7 ×(⑧−①)
⑨番目	61	5 + 7 × 8	5 + 7 ×(⑨−①)
⑩番目	68	5 + 7 × 9	5 + 7 ×(⑩−①)

D の求め方が、
高校数学で学ぶ方法ですが、
A の方法や B の方法で求める力も、
小学生としては養っておいてほしい
と思います。

［等差数列のN番目の数の求め方］

初めの数 ＋ 差 × (N − 1)

第２節 等差数列の和

［1＋2＋3＋4＋5＋6＋7＋8＋9 の和］
を求めるのに、

［順に足して、
1 ＋ 2 ＝ 3 、　3 ＋ 3 ＝ 6 、
6 ＋ 4 ＝ 10、　10 ＋ 5 ＝ 15、
15 ＋ 6 ＝ 21、　21 ＋ 7 ＝ 28、
28 ＋ 8 ＝ 36、　36 ＋ 9 ＝ 45］と
するのが今までの方法です。

しかし、これでは、
［1＋2＋3＋4＋5＋6＋7＋8＋9＋10＋11＋12＋13
＋14＋15＋16＋17＋18＋19＋20＋21＋22＋23＋24
＋25＋26＋27＋28＋29＋30＋31＋32＋33＋34＋35
＋36＋37＋38＋39＋40＋41＋42＋43＋44＋45＋46
＋47＋48＋49＋50＋51＋52＋53＋54＋55＋56＋57
＋58＋59＋60＋61＋62＋63＋64＋65＋66＋67＋68
＋69＋70＋71＋72＋73＋74＋75＋76＋77＋78＋79
＋80＋81＋82＋83＋84＋85＋86＋87＋88＋89＋90
＋91＋92＋93＋94＋95＋96＋97＋98＋99＋100
を求めなさい。］

などのように、
非常にたくさんの数の和を求める時には
非常にたくさんの時間がかかり、困（こま）ります。

そこで、
たくさんの［数の列の和］を求める時にも、
短時間で求める方法を考えた子どもがいます。
後に数学者になったガウスという少年です。

なお、このように全ての数をかくのは
問題を書く方もたいへんですが
問題を読む方もたいへんです。

もしかしたら、
作者はとちゅうでいくつかの数を書き損じるかも。
読者はとちゅうでいくつかの数を読み損じるかも。
印刷ミスもあります。
そこで、
数列の並（なら）び方（かた）に法則性があるならば、
法則性が分かる程度に短く書く方が
かえって正確にもなります。
［ 1 ＋ 2 ＋ 3 ＋ ・・・・・・・・・ ＋ 99 ＋ 100 ］
のように、
とちゅうをはぶく習慣です。

例 1

> 1 ＋ 2 ＋ 3 ＋ 4 ＋ 5 ＋ 6 ＋ 7 ＋ 8 ＋ 9
> を求めなさい。

1 ＋ 9 ＝ 10
2 ＋ 8 ＝ 10
3 ＋ 7 ＝ 10
4 ＋ 6 ＝ 10　　のように、

［最初の数］と［最後の数］の［和］、
［最初から２番目］と［最後から２番目］の［和］
のように、
［等しい和］の［数の組］をつくり、
［数の組］がいくつあるか数え、
(最初の数＋最後の数)×［組の数］＋［はんぱ］
として求めることができます。

上の問題のばあい、

［最初の数］と［最後の数］の［和］
［　1　］＋［　9　］＝［10］

［組の数］は［個数］が［奇数］ですから、
＝（ 9 － 1 ）÷ 2
＝［　4　］組

［はんぱになる数］
＝［　5　］ですから、

（ 1 ＋ 9 ）× 4 ＋ 5 ＝［45］
となります。

ガウス少年は、次の問題をすぐに解いてしまった、ということです。

例 2

> 1 ＋ 2 ＋ 3 ＋ ・・・・・・・・・ ＋ 99 ＋ 100

［組の数］は、
［個数］が［偶数］ですから、
［はんぱ］はなくなり、
［個数を２でわれ］ば求められます。

(最初の数＋最後の数)×［組の数］＋［はんぱ］
＝（ 1 ＋ 100 ）×（ 100 ÷ 2 ）＋［ 0 ］
＝［ 101 × 50 ］
＝［　5050　］

このようにして求められるのですが、
少しちがった考え方があります。

類題１－１

1+2+3+・・・+7+8 を求めなさい。

上の数の列の下に、
［同じ数の列］を［もう１つ］考えて、
［順序を逆］にならべます。

［１＋２＋３＋４＋５＋６＋７＋８］
［８＋７＋６＋５＋４＋３＋２＋１］
です。

このようにならべたあと、
上と下にならんでいる数の和を求めます。
すると、

$$\begin{array}{rl} & 1+2+3+4+5+6+7+8 \\ +) & 8+7+6+5+4+3+2+1 \\ \hline & 9+9+9+9+9+9+9+9 \end{array}$$

すべて、［ 9 ］となります。
［ 9 ］が、
［8個］ありますから、
［全部］で、［9 × 8 ＝ 72］ です。

しかし、
この［ 72 ］は、
［求めるべきもの］の
［２つ分の和］でした。

ですから、
［２でわって］、
［もとの問題の和］が求められます。

まとめて表わすと

（最初の数＋最後の数）× 個数全体 ÷２
＝（ 1 ＋ 8 ）× 8 ÷２
＝ 36
です。

類題１－２

1＋2＋3＋・・・・・・・・・＋98＋99

［１から99までの自然数の和］ならば、

［１＋２＋３＋・・・・・・・・・＋99］を、

［もう１つ］考えて、
［順序を逆］にならべます。

［１＋２＋３＋・・・・・・・・・＋98＋99］
［99＋98＋97＋・・・・・・・・・＋２＋１］

このようにならべたあと、
上と下にならんでいる数の和を求めます。
すると、

$$\begin{array}{rl} & 1+2+\cdots\cdots\cdots+98+99 \\ +) & 99+98+\cdots\cdots\cdots+2+1 \\ \hline & 100+100+100+\quad\quad+100+100 \end{array}$$

すべて、［ 100 ］となります。
［ 100 ］が、
［99個］ありますから、
［全部］で、［100 ×99 ＝ 9900］です。

しかし、
この［ 9900 ］は、
［求めるべきもの］
［２つ分の和］でした。

ですから、
［２でわって］、
［もとの問題の和］が求められます。

まとめて表わすと

（最初の数＋最後の数）× 個数全体 ÷［２］
＝（ 1 ＋ 99 ）×［ 99 ］÷［２］

このとき、(1＋99) ÷ 2 ＝ 50 を先にする。

＝［ 50 × 99 ］
＝［ 4950 ］ です。

[偶数の和] を求める工夫

例2－1

2 ＋ 4 ＋ 6 ＋・・・・・・・・・＋ 98 ＋ 100
を工夫して求めなさい。

今までやってきたように、

(最初の数＋最後の数) × [個数全体] ÷ [2]

として求められます。
つまり、

(最初の数＋最後の数) × [個数全体] ÷ [2]
＝(　2　＋　100　) × [　50　] ÷ [2]
＝[102 × 50 ÷ 2]
＝[51 × 50]
＝[2550] です。

しかし、
のちのちの解き方の工夫につなぐ意味で、
次の方法が、有効です。

それぞれを、[2でわります]。 すると、
2 ＋ 4 ＋・・・・・・・・・ ＋98 ＋100　は、
1 ＋ 2 ＋・・・・・・・・・ ＋49 ＋ 50
となります。

そこで、
1 ＋ 2 ＋・・・・・・・・・ ＋49 ＋ 50
を計算して、[2倍] すれば

2 ＋ 4 ＋・・・・・・・・・ ＋98 ＋100
を求めたことになります。

しかも、
[それぞれ] を [2でわっている] ため、
[等差数列の和の公式] での
[2でわる] 作業の必要がなくなります。

よって、**[それぞれを2でわった数]** の

(最初の数 ＋ 最後の数) × [個数全体]
＝(　1　＋　50　) × [　50　]
＝[51 × 50]
＝[2550] です。

[奇数の和] を求める工夫

例2－2

1 ＋ 3 ＋ 5 ＋・・・・・・・・・＋ 97 ＋ 99
を工夫して求めなさい。

[奇数] のばあい、
[個数] を求めるのに少し手間(てま)がかかります。

そこで、

1 ＋ 3 ＋ 5 ＋・・・・・・・・・＋97 ＋99
のそれぞれに、**[1を加えます]**。

すると、

$$\begin{array}{rl} & 1 + 3 + 5 + \cdots\cdots + 97 + 99 \\ +) & 1 + 1 + 1 + \cdots\cdots + 1 + 1 \\ \hline & 2 + 4 + 6 + \cdots\cdots + 98 + 100 \end{array}$$

のように、
全て **[偶数]** になります。

[偶数] になれば、
2, 4, ・・・・・・・・・, 98, 100は、
先ほどのように、
[2でわって]

$$\begin{array}{r|l} 2 & 2,\ 4,\ \cdots\cdots\cdots,\ 98,\ 100 \\ \hline & 1,\ 2,\ \cdots\cdots\cdots,\ 49,\ 50 \end{array}$$ となり

[個数 50] がすぐに求められます。

[個数] が分かれば、

(最初の数＋最後の数) × [個数全体] ÷ [2]
＝(　1　＋　99　) × [　50　] ÷ [2]
＝[2500] です。

［3の倍数の和］を求める工夫

例2－3

3 ＋ 6 ＋ 9 ＋・・・・・・・・・＋ 96 ＋ 99
を工夫して求めなさい。

［3の倍数］のときも、
［個数］が求まれば、後は
公式通りです。

［個数］を求めるためには、
［偶数］と同じように考えるとよい。

3 ＋ 6 ＋ 9 ＋・・・・・・・・・＋96 ＋99
のそれぞれの数を、［3でわります］。

3) 3, 6, ・・・・・・・・・, 96, 99
　　1, 2, ・・・・・・・・・, 32, 33　となり

［個数］は［33個］です。

［個数］が分かれば、

（最初の数＋最後の数）×［個数全体］÷［2］
＝（　3　＋　99　）×［　33　］÷［2］
＝［102 ÷ 2 × 33］
＝［1683］　です。

数字が大きくなるので、

［1 ＋ 2 ＋ 3 ＋・・・・・・・・・＋32 ＋33］
の方を計算して
（最初の数＋最後の数）×［個数全体］÷［2］
＝（　1　＋　33　）×［　33　］÷［2］
＝［34 ÷ 2 × 33］として、

このあと、
［3倍］するのも
問題によっては、便利な方法です。

［5の倍数の和］を求める工夫

例2－4

5 ＋ 10 ＋ 15 ＋・・・・・・・・・＋ 95 ＋ 100
を工夫して求めなさい。

それぞれを［5でわって］
［1 ＋ 2 ＋ 3 ＋・・・・・・・・・＋20］
＝（1 ＋20）× 20 ÷ 2 ＝［210］
ですから、
これを、［5倍して］
210 × 5 ＝［1050］

［7の倍数の和］を求める工夫

例2－5

7 ＋ 14 ＋ 21 ＋・・・・・・・・・＋ 91 ＋ 98
を工夫して求めなさい。

それぞれを［7でわって］
［1 ＋ 2 ＋ 3 ＋・・・・・・・・・＋14］
＝（1 ＋14）×14 ÷ 2 ＝［105］
ですから、
これを、［7倍して］
105 × 7 ＝［735］

［9の倍数の和］を求める工夫

例2－6

9 ＋ 18 ＋ 27 ＋・・・・・・・・・＋ 90 ＋ 99
を工夫して求めなさい。

それぞれを［9でわって］
［1 ＋ 2 ＋ 3 ＋・・・・・・・・・＋11］
＝（1 ＋11）×11 ÷ 2 ＝［66］
ですから、
これを、［9倍して］
66 × 9 ＝［594］

例3－1

42 ＋ 44 ＋ 46 ＋ ・・・・・・・・ ＋ 98 ＋ 100
を工夫して求めなさい。

ここで、気をつけなければならないのは、

［とちゅうから数が始まる時の数の和］
の［個数］が問題です。

間違った時、
［ああ、個数を１個数えまちがっただけ！］
と、考えやすいのですが、
この［１つの差］を間違わないかどうかを
［試されていること］が多いのです。
決して、
［ああ、１つ数え間違っただけ！］
と考えないように。

＊［植木算の付節を注意して読むこと。］

今までやってきたように、

(最初の数 ＋ 最後の数) ×［個数全体］÷［２］

として求められるのですが、
個数がわかりにくい。

そこで、
それぞれを［２］でわって、
21 ＋22 ＋23 ＋・・・・・・・・＋49 ＋50

そこで、個数は、
50 －(21 － 1) ＝［30］個と分かる。

(最初の数 ＋ 最後の数) ×［個数全体］÷［２］
＝(42 ＋ 100)×［ 30 ］÷［２］
＝［142 × 30 ÷ 2］
＝［71 × 30］
＝［2130］ です。

類題3－1

33 ＋ 36 ＋ 39 ＋ ・・・・・・・・・ ＋ 96 ＋ 99
を工夫して求めなさい。

［３の倍数］のとき、
［個数］が求まれば、後は
公式通りです。

3 ＋ 6 ＋ 9 ＋・・・・・・・・・＋96 ＋99
のそれぞれの数を、［３でわります］。

(33 ＋36 ＋39 ＋・・・・＋96 ＋99) ÷ 3
＝［11 ＋12 ＋13 ＋・・・・＋32 ＋33］

［個数］は
［ 33 －(11 － 1) ］＝［23］個です。

［個数］が分かれば、

(最初の数 ＋ 最後の数) ×［個数全体］÷［２］
＝(33 ＋ 99)×［ 23 ］÷［２］
＝［132 ×23 ÷ 2］
＝［66 × 23］
＝［1518］ です。

類題3－2

45 ＋ 50 ＋ 55 ＋ ・・・・・・・・ ＋ 95 ＋ 100
を工夫して求めなさい。

それぞれを［５でわって］
［9 ＋10 ＋11＋・・・・・・・＋20］だから、

［20 －(9 － 1)］＝［12］個

［個数］が分かれば、

(最初の数 ＋ 最後の数) ×［個数全体］÷［２］
＝(45 ＋ 100)×［ 12 ］÷［２］
＝［145 × 6］＝［870］ です。

例4－1

61 ＋ 63 ＋ 65 ＋………… ＋95 ＋ 97
を工夫して求めなさい。

［61＋63 ＋65 ＋……… ＋95 ＋97］は、
［差］が［２］ですから、
［偶数］にするために
［それぞれの数］に
［１を加えます］。

すると、

$$\begin{array}{r} 61 + 63 + 65 + \cdots + 95 + 97 \\ +)\quad 1 + 1 + 1 + \cdots + 1 + 1 \\ \hline 62 + 64 + 66 + \cdots + 96 + 98 \end{array}$$

のように
全て、［偶数］になります。

［偶数］になれば、
［２でわって］
31＋32 ＋33 ＋……＋48 ＋49だから
［個数］は、
［49－（31－1）］＝［19］個
と、すぐに求まります。

［個数］が分かれば、
（最初の数＋最後の数）×［個数全体］÷［２］
＝（ 61 ＋ 97 ）×［ 19 ］÷［２］
＝［79 × 19］
＝［1501］　です。

類題4－1

29 ＋ 36 ＋ 43 ＋………… ＋ 92 ＋ 99
を工夫して求めなさい。

［差］を調べると、全て［７］です。
［個数］を調べるために、
それぞれの数から［１を引く］と、
28 ＋35 ＋42 ＋……＋91 ＋98
となり、全て［７の倍数］です。

それぞれを［７でわって］
［４ ＋ ５ ＋ ６ ＋………＋14］
［個数］は、
［14 －（ 4 － 1）］＝［11］個。

個数が分かれば、
（最初の数＋最後の数）×［個数全体］÷［２］
＝（ 29 ＋ 99 ）×［ 11 ］÷［２］
＝［128 ×11 ÷ 2］
＝［64 × 11］
＝［704］　です。

類題4－2

44 ＋ 53 ＋ 62 ＋……… ＋ 89 ＋ 98
を工夫して求めなさい。

［差］を調べると、全て［９］です。
［個数］を調べるために、
それぞれの数に［１を加えて］
45 ＋54 ＋63 ＋………＋90 ＋99
と、全て［９の倍数］にします。

それぞれを［９でわって］
［５ ＋ ６ ＋………＋10 ＋11］
［個数］は、
［11 －（ 5 － 1）］＝［７］個。

（最初の数＋最後の数）×［個数全体］÷［２］
＝（ 44 ＋ 98 ）×［ 7 ］÷［２］
＝［142 × 7 ÷ 2］
＝［71 × 7］
＝［497］　です。

第3節 その他の数列

今まで、
［隣りどうしの数の差］が常に等しい
［等差数列］を学んできました。

次に、
［差］が、
［規則的に増えていく］［数列］を
少し調べてみましょう。

例 1

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	
1	2	4	7	11	16	22	29	37	
差	1	2	3	4	5	6	7	8	…

①番目の数　1 ＝1
②番目の数　2 ＝1＋1
③番目の数　4 ＝1＋1+2
④番目の数　7 ＝1＋1+2+3
⑤番目の数 11 ＝1＋1+2+3+4
⑥番目の数 16 ＝1＋1+2+3+4+5
⑦番目の数 22 ＝1＋1+2+3+4+5+6
⑧番目の数 29 ＝1＋1+2+3+4+5+6+7
⑨番目の数 37 ＝1＋1+2+3+4+5+6+7+8

⑩番目の数 46 ＝1＋1+2+3+4+5+6+7+8+9
⋮

例 2

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	
6	7	9	12	16	21	27	34	42	
差	1	2	3	4	5	6	7	8	…

①番目の数　6 ＝6
②番目の数　7 ＝6＋1
③番目の数　9 ＝6＋1+2
④番目の数 12 ＝6＋1+2+3
⑤番目の数 16 ＝6＋1+2+3+4
⑥番目の数 21 ＝6＋1+2+3+4+5
⑦番目の数 27 ＝6＋1+2+3+4+5+6
⑧番目の数 34 ＝6＋1+2+3+4+5+6+7
⑨番目の数 42 ＝6＋1+2+3+4+5+6+7+8

⑩番目の数 51 ＝6＋1+2+3+4+5+6+7+8+9
⋮

例 3

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	
1	4	9	16	25	36	49	64	81	
差 3	5	7	9	11	13	15	17	…	

これは、
差が規則的に増えるので、
その方面から式も作りたいところですが、

それぞれの数と、
①②③④⑤⑥⑦⑧⑨ の数との関係を
よくみてほしい。

	数列	増えた数	
①	1		
②	4	3	②×②
③	9	5	③×③
④	16	7	④×④
⑤	25	9	⑤×⑤
⑥	36	11	⑥×⑥
⑦	49	13	⑦×⑦
⑧	64	15	⑧×⑧
⑨	81	17	⑨×⑨

【参 考】

［第2節　等差数列の和］のところで、

> 数列のならび方に法則性があるならば、
> 法則性が分かる程度に短く書く方が
> かえって正確になります。

と書きましたが、
そうでない場合もあります。

例えば、
［2 ＋ 4 ＋ 6 ＋ 8 ＋10 ＋12 ＋… ＋64］
を略して
［2 ＋ 4 ＋…………………… ＋64］
とし、

［2 ＋ 4 ＋ 8 ＋16 ＋………… ＋64］
を略して
［2 ＋ 4 ＋…………………… ＋64］
とすると、
もとの数列がちがうものなのに、
同じになります。

略すにも注意が必要です。