

第5編

中学・高校で
より数学的に学ぶテーマです。

第1章 還元算

- 第1節 還元算の基本の型 265
第2節 文章で表わす複合問題へ 271

第2章 消去算

- 第1節 加減法その1 一方が同じ 273
加減法その2 両方が異なる 275
第2節 代入法 277
第3節 3つの異なる数を求める 279
付録 連立方程式で表わす方法 282

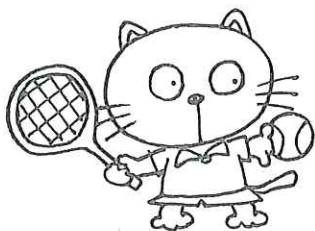
第3章 場合の数

- 第1節 順列=ならべ方 284
第2節 組み合わせ 293
第3節 299

順列・組み合わせの複合問題

第4章 新ルールの演算

- 第1節 自由なルールで演算 301
第2節 新しい公式 305



第1章 還元算

第1節 還元算の基本の型

例えば、

ある数に3を加えると8になった。
ある数はいくらか。

この問題ならば、

特に「どうして求めるのか」と考えなくとも、
「なんとなく、[5だ]」という気がします。

そして、「どうして解いたの?」とたずねられてから、
「式を作るとすれば [8 - 3] かな」と考えるのがふつうです。

[□ + 3 = 8] の [□] を求めるのに、
[8 - 3] と考えなくとも [5] だとわかるものです。

かんたんな数字の時はなんとなく答えが出てしまいますが、この、「なんとなく……」のまま置いておくと算数の力が伸びにくいのです。

[かんたんな数] のときに、
[複雑な数] になっても考えられるように
また、
[数] だけで考えるのではなく、
[言葉] で説明できるように
しっかり考えておくことがたいせつです。

そうしないと、
[小さい数] や [かんたんな数] のときに
できることが、

[大きい数] や [複雑な数] のときには
[歯がたたない] ことになります。

[かんたんな数] のときにこそ
「どのようにして解くといいのか」
をしっかりと考えると
算数の力が、ぐんと伸びるのです。

[ある数 + 3] = [8]
の形式に表わされた式を、
今までの「式の計算の考え」からすると、
「式の答え」である [8] の側から出発して、
[8 - 3] として、
[ある数 5] を求めます。

このように、
[式] の「形式上の答え」、
今の場合 [8] から出発して、

もと かん げん さん ほう
[元の数に還っていく算法] を、
かん げん さん
[還元算] と

呼んでいます。

次の例、
基本の型【1】～【8】は、
「解き方」もふくめての例ですから
君も同じ方法で解く練習をしましょう。

□ の部分が、
[■] や [x] で表わされていても同じです。

基本の型【1】 [たし算]

$$\begin{aligned} \square + 3 &= 12 \\ \square &= 12 - 3 \end{aligned}$$

[たし算] は [ひき算] になる。

$$\begin{aligned} \square + 3 &= 12 \\ \square &= 12 - 3 \\ \square &= 9 \end{aligned}$$

基本の型【2】 [たし算]

$$\begin{aligned} 3 + \square &= 12 \\ \square &= 12 - 3 \end{aligned}$$

[この形のたし算] も [ひき算] になる。

$$\begin{aligned} 3 + \square &= 12 \\ \square &= 12 - 3 \\ \square &= 9 \end{aligned}$$

類題

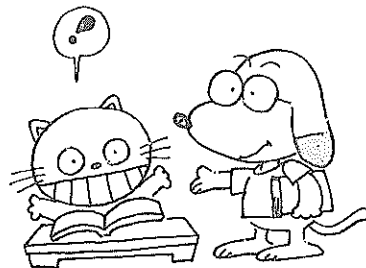
$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad \square + 98 &= 112 \\ \square &= 112 - 98 \\ \square &= 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad \square + 1234 &= 2345 \\ \square &= 2345 - 1234 \\ \square &= 1111 \end{aligned}$$

類題

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad 98 + \square &= 112 \\ \square &= 112 - 98 \\ \square &= 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad 1234 + \square &= 2345 \\ \square &= 2345 - 1234 \\ \square &= 1111 \end{aligned}$$



基本の型【3】 [かけ算]

$$\begin{aligned} \square \times 3 &= 12 \\ \square &= 12 \div 3 \end{aligned}$$

[かけ算] は [わり算] になる。

$$\begin{aligned} \square \times 3 &= 12 \\ \square &= 12 \div 3 \\ \square &= 4 \end{aligned}$$

類題

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad \square \times 25 &= 200 \\ \square &= 200 \div 25 \\ \square &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad \square \times 125 &= 1000 \\ \square &= 1000 \div 125 \\ \square &= 8 \end{aligned}$$

基本の型【4】 [かけ算]

$$\begin{aligned} 3 \times \square &= 12 \\ \square &= 12 \div 3 \end{aligned}$$

[この形のかけ算] も [わり算] になる。

$$\begin{aligned} 3 \times \square &= 12 \\ \square &= 12 \div 3 \end{aligned}$$

類題

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad 25 \times \square &= 200 \\ \square &= 200 \div 25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad 125 \times \square &= 1000 \\ \square &= 1000 \div 125 \end{aligned}$$

以上の例から分かるように、

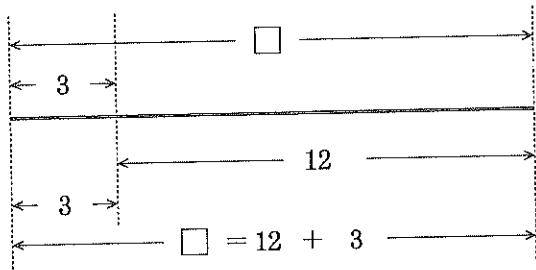
[たし算・かけ算] は
[ある数] が [+] [×] の
前にあっても、**後ろ**にあっても
[足す] のときは [引く]
[かける] のときは [わる] の
[逆の計算] によって求められます。

基本の型【5】 [引き算 ①]

$$\begin{aligned} \square - 3 &= 12 \\ \square &= 12 + 3 \end{aligned}$$

[この形のひき算]は[たし算]になる。

$$\begin{aligned} \square - 3 &= 12 \\ \square &= 12 + 3 \\ \square &= 15 \end{aligned}$$



類題

①
$$\begin{aligned} \square - 98 &= 112 \\ \square &= 112 + 98 \\ \square &= 210 \end{aligned}$$

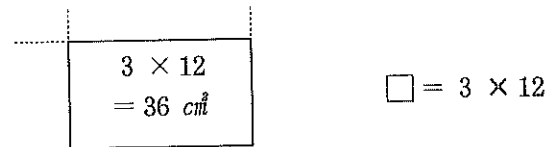
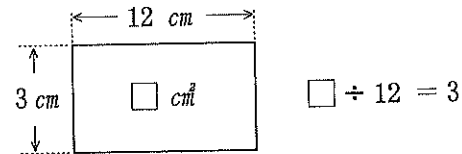
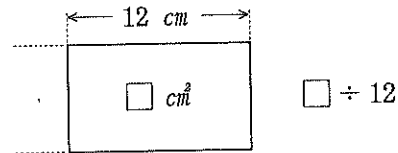
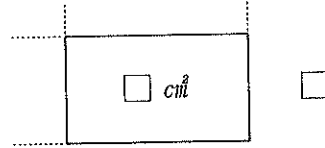
②
$$\begin{aligned} \square - 1234 &= 2345 \\ \square &= 2345 + 1234 \\ \square &= 3579 \end{aligned}$$

基本の型【6】 [わり算 ①]

$$\square \div 12 = 3$$

[この形のわり算]は[かけ算]になる。

$$\square = 3 \times 12$$



このように

[ひき算]は[たし算に]
[わり算]は[かけ算に]と

[逆の計算になる]ことが多いのです。

しかし
次の【7】・【8】の位置関係の場合だけは異なる。

基本の型【7】

[引き算 ②]

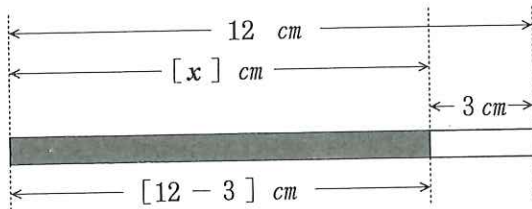
$$12 - \square = 3$$

このときは

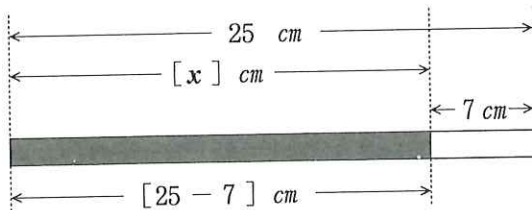
[ひき算] が
[ひき算] になる]

$$\square = 12 - 3$$

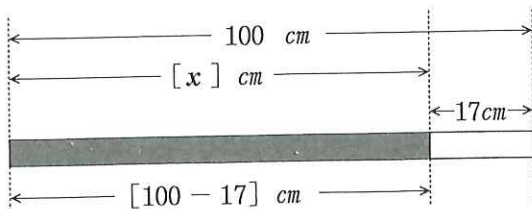
次の図で理解しておく和良好的。



類題 ①



②



基本の型【8】

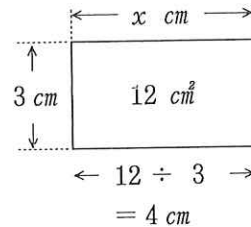
[わり算 ②]

$$12 \div \square = 3$$

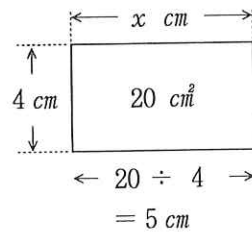
[わり算] が
[わり算] になる。

$$\square = 12 \div 3$$

次の図で理解しておく和良好的。



類題



くりかえしますが、
これら、【7】・【8】は、
非常によく間違ふところですので
注意しましょう。

【7】・【8】を間違わなければ、
後は
() の処理を
少し気をつければ還元算はOKです。

もう一度、一覧で見くらべてみよう。

基本の型【1】 [たし算]

$$\begin{aligned} \square + 3 &= 12 \\ \square &= 12 - 3 \end{aligned}$$

[どんな形のたし算]も[ひき算]になる。

基本の型【2】 [たし算]

$$\begin{aligned} 3 + \square &= 12 \\ \square &= 12 - 3 \end{aligned}$$

[どんな形のたし算]も[ひき算]になる。

基本の型【3】 [かけ算]

$$\begin{aligned} \square \times 3 &= 12 \\ \square &= 12 \div 3 \end{aligned}$$

[どんな形のかけ算]も[わり算]になる。

基本の型【4】 [かけ算]

$$\begin{aligned} 3 \times \square &= 12 \\ \square &= 12 \div 3 \end{aligned}$$

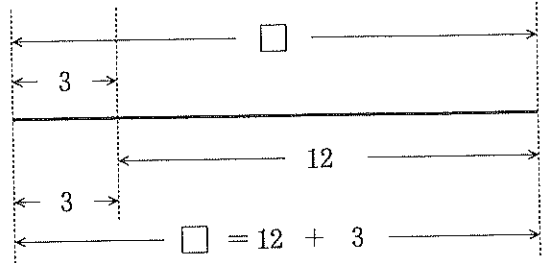
[どんな形のかけ算]も[わり算]になる。

[たし算・かけ算]は
[ある数]が[+] [×]の
前にあっても、**後ろ**にあっても
[足す]のときは[引く]
[かける]のときは[わる]の
[逆の計算]によって求められます。

基本の型【5】 [引き算]

$$\begin{aligned} \square - 3 &= 12 \\ \square &= 12 + 3 \end{aligned}$$

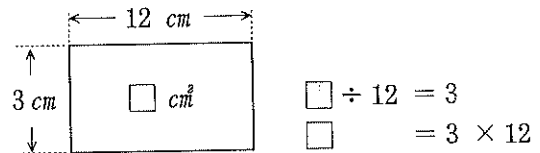
[この形のひき算]は[たし算]になる。



基本の型【6】 [わり算]

$$\begin{aligned} \square \div 12 &= 3 \\ \square &= 3 \times 12 \end{aligned}$$

[この形のわり算]は[かけ算]になる。



第2節 文章で表わす複合問題へ

例2-1

[ある数] を [3] で [わった] ら
[商] が [4] でした。
[ある数] はいくらか。

$$\begin{aligned} [x] \div 3 &= 4 \\ [x] &= 4 \times 3 \end{aligned}$$

例2-2

ある数から1を引き
その差を3でわったら
商が4でした。

$$\begin{aligned} (x-1) \div 3 &= 4 \quad \{3\text{でわったから}3\text{倍}\} \\ (x-1) &= 4 \times 3 \\ x-1 &= 12 \quad \{1\text{引いたから}1\text{を足す}\} \\ [x] &= 12 + 1 = 13 \end{aligned}$$

上の問題を、次の形に間違える人が多い。

$$[x-1 \div 3 = 4] \text{ マチガイ!}$$

マチガイの式を書いて、
解答そのものは正しく答える人が多いのですが、
それは、
2回まちがえていることになります。

初めは、^{りっしき}[立式]をまちがえ、
次に、[式の計算]をまちがえているのです。

類題

ある数から2を引き
その差を3でわったら
商が4でした。

$$\begin{aligned} (x-2) \div 3 &= 4 \\ (x-2) &= 4 \times 3 \\ (x-2) &= 12 \\ [x] &= 12 + 2 = 14 \end{aligned}$$

[$x-2 \div 3 = 4$] は間違いの式。

例2-3

[ある数] を [3] で [わった] ら
[商] が [4] で
[余り] が [2] でした。
[ある数] はいくらか。

$$\begin{aligned} [x] \div 3 &= 4 \cdots \text{余り} 2 \\ [x] &= 4 \times 3 + 2 = 14 \end{aligned}$$

例えば、
{ $17 \div 3 = 5 \cdots \text{余り} 2$ } の場合は、
{ $17 = 5 \times 3 + 2$ } となります。

言葉で表わすと、
[わられる数] = [商] × [わる数] + [余り]
です。

このことは、
小学校3年で練習することですが、
よく分かり、
すぐにできるようになるほどには、
練習しないものです。
ここで、よく復習してください。

例2-4

ある数から1を引き
その差を3でわったら
商が4で
余りが2でした。

$$\begin{aligned} (x-1) \div 3 &= 4 \cdots \text{余り} 2 \\ (x-1) &= 4 \times 3 + 2 = 14 \\ x-1 &= 14 \\ [x] &= 14 + 1 \\ [x] &= 15 \end{aligned}$$

[$x-1 \div 3 = 4$ 余り2] はマチガイ!
これで [x] を求めると、
そもそも、[余り]ということにならない。
[$\div 3$] は、[1] をわっているだけだから、

$$1 \div 3 = \frac{1}{3} \quad \text{のことです。}$$

[ある数] から [3分の1] を引いて、
[余り] が出る、ということがオカシイ。

例 2-5

ある数に3をかけたら
積が15でした。
ある数を求めなさい。

$$\begin{aligned} [x] \times 3 &= [15] \\ [x] &= [15] \div 3 \\ [x] &= [5] \end{aligned}$$

例 2-6

ある数に1を加え
その和に3をかけたら
積が15でした。
ある数を求めなさい。

$$\begin{aligned} (x+1) \times 3 &= [15] \\ (x+1) &= [15] \div 3 \\ x+1 &= 5 \\ [x] &= 5-1 \\ [x] &= 4 \end{aligned}$$

$[x+1 \times 3 = 15]$ はマチガイ。

例 2-7

ある数から1を引き
その差に3をかけたら
積が15でした。
ある数を求めなさい。

$$\begin{aligned} (x-1) \times 3 &= [15] \\ (x-1) &= [15] \div 3 \\ x-1 &= 5 \\ [x] &= 5+1 \\ [x] &= 6 \end{aligned}$$

$[x-1 \times 3 = 15]$ はマチガイ。

例 2-8

ある数に3をかけ
その積から1を引いたら14でした。

$$\begin{aligned} [x] \times 3 - 1 &= 14 \\ [x] \times 3 &= 14 + 1 \\ [x] \times 3 &= 15 \\ [x] &= 15 \div 3 \\ [x] &= 5 \end{aligned}$$

例 2-9

ある数に1を加え
その和に3をかけ
その積から1を引いたら14でした。

$$\begin{aligned} (x+1) \times 3 - 1 &= 14 \\ (x+1) \times 3 &= 14 + 1 \\ (x+1) \times 3 &= 15 \\ (x+1) &= 15 \div 3 \\ (x+1) &= 5 \\ [x] &= 5 - 1 \\ [x] &= 4 \end{aligned}$$

$[x+1 \times 3 - 1 = 14]$ はマチガイ。

例 2-10

ある数から1を引き
その差に3をかけ
その積から1を引いたら14でした。

$$\begin{aligned} (x-1) \times 3 - 1 &= 14 \\ (x-1) \times 3 &= 14 + 1 \\ (x-1) \times 3 &= 15 \\ (x-1) &= 15 \div 3 \\ x-1 &= 5 \\ [x] &= 5 + 1 \\ [x] &= 6 \end{aligned}$$

$[x-1 \times 3 - 1 = 14]$ はマチガイ。