第2章 消去算

第1節 加減法 ―その1 一方が同じ

この章の一つ一つの問題で、いちいち

[鉛筆]と[消しゴム]の
[1つの値段(ねだん)]を求めよ。

とは書いていませんが、求めてください。

例1－1

① エンピツ1本とケシゴム2個で値段(ねだん)170円
② エンピツ1本とケシゴム3個で値段220円

①と②を比(くら)べます。

　　エンピツ1本＋ケシゴム3個＝値段220円
－）エンピツ1本＋ケシゴム2個＝値段170円
　　　　　　　　ケシゴム1個＝値段 50円

[値段(ねだん)]は、②の方が、
[220円 － 170円]＝[50円]高い。

それは
②の方が、[ケシゴム1個]多いからです。

それゆえ
[ケシゴム1個]＝[50円]のはずです。
[ケシゴム1個]＝[50円]を、

①の式に当てはめると、
[エンピツ1本]と[ケシゴム2個]で[170円]
ですから、
[エンピツ1本]＋[50円×2]＝[170円]
[エンピツ1本]＝[170円－50円×2]
＝[70円]

②の式に当てはめると、
[エンピツ1本]＋[50円×3]＝[220円]
[エンピツ1本]＝[220円]－[50円×3]
[エンピツ1本]＝[70円]

このように
一方(いっぽう)の値段が分かった時、
もう一方の値段を求めるためには、
①・②のどちらの式に当てはめても求められます。

例1－2

① エンピツ1本とケシゴム3個で値段220円
② エンピツ1本とケシゴム5個で値段320円

①と②を比(くら)べます。
①も②も、エンピツの数は同じです。

買った品物の数の差	値段の差
消しゴム2個	320－220 ＝100円

[消しゴム2個]＝[100円]だから
[消しゴム1個]＝[50円]です。

後は
例1－1と同じように、
①・②のどちらかに当てはめて
[エンピツ1個]＝[70円]が求まる。

このように、まず、
エンピツの数が同じことゆえ
式の上で
エンピツが[消え去る]ことから
昔から[消去算(しょうきょざん)]と呼ばれています。

このように、
エンピツや消しゴムの個数、値段などを
たてにそろえて
かんたんな表わし方にすることは
算数問題を解く大切な方法です。

例1－3

① エンピツ2本とケシゴム3個で値段290円
② エンピツ2本とケシゴム5個で値段390円

例1－2 は［エンピツの数］は［1本］
この問題は ［エンピツの数］は［2本］と
［1本］と［2本］の差はありますが、
［①も②もエンピツの本数が等しい］
という点では、同じです。

違うのは、

買った品物の数の差	**値段の差**
	390－290
［消しゴム2個］	**＝100円**

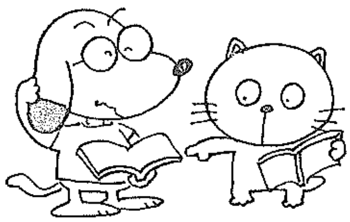
［消しゴム2個］で［100円］だから、
［消しゴム1個］で［50円］です。

後は、
例1－1 と同じように、
①・②のどちらかに当てはめて
［エンピツ1個］＝［70円］ が求まる。

これまでの問題は
［どちらか一方］の［個数］が［同じ］でした。

つぎは、
［両方の個数］が［異なる］ので
そのまま比べても
エンピツ何本で何円とか、
消しゴム何個で何円、のようには
表われてきません。

そこで、
なんとかして
一方の品物の個数を等しくするのが
これからのポイントです。



第1節　加減法 ―その2 両方が異なる

例1－4

① エンピツ1本とケシゴム1個で値段120円
② エンピツ2本とケシゴム3個で値段290円

今まで、
［一方の数］、すなわち
［エンピツの数］が［等しかった］から
その方を［消去して］求める方法であった。

しかし、
この 例1－4 は
エンピツの数も、消しゴムの数も違うので、
そのままを比べて
一方を消去することはできない。

そこで、
どちらか一方の数をそろえることにします。

エンピツの数をそろえても
消しゴムの数をそろえても
結論は同じところに落ち着くことになります。

①を［2倍］して、
②を［そのまま］にすれば、
エンピツの数が同じになる。

① エンピツ1本とケシゴム1個で120円
② エンピツ2本とケシゴム3個で290円
とあるのを

①×2 ＝ エンピツ2本 ＋ ケシゴム2個 ＝ 120×2
＝240円
② ＝ エンピツ2本 ＋ ケシゴム3個 ＝ 290×1
＝290円

違い ＝ ケシゴム1個 ＝ 50円

①に代入して
エンピツ1本 ＝ 70円

例1－5

① エンピツ1本とケシゴム1個で値段120円
② エンピツ2本とケシゴム4個で値段340円

どちらか一方の数をそろえることにする。

エンピツの数をそろえても
消しゴムの数をそろえても
結論は同じところに落ち着くことになる。

①を［2倍］して、
②を［そのまま］にすれば、
エンピツの数が同じになる。

① エンピツ1本とケシゴム1個で120円
② エンピツ2本とケシゴム4個で340円

①×2 ＝ エンピツ2本 ＋ ケシゴム2個 ＝ 120×2
＝240円
② ＝ エンピツ2本 ＋ ケシゴム3個 ＝ 290×1
＝340円

違い ＝ ケシゴム2個 ＝100円

ケシゴム1個 ＝ 50円

①に代入して
エンピツ1本 ＝ 70円

例1－4 ・ 例1－5 は、
どちらか一方
例えばエンピツを何倍かすれば
エンピツの個数が等しくなるか、
もう一方の消しゴムの個数が等しくなりました。

ところが、次の 例1－6 は、
一方を整数倍するだけでは、
どちらも等しい個数にすることができません。

そこで、
両方の個数を、それぞれ整数倍して、
最小公倍数にそろえるようにして、
個数を等しくすることにします。

例1－6

① エンピツ2本とケシゴム3個で値段290円
② エンピツ3本とケシゴム2個で値段310円

エンピツの本数をそろえてみよう。

①×3＝エンピツ2本×3＋ケシゴム3個×3
＝870円
②×2＝エンピツ3本×2＋ケシゴム2個×2
＝620円
その差＝ ケシゴム5個＝250円
ケシゴム1個＝ 50円

後は、①か②に代入して、
①＝エンピツ2本＋ケシゴム3個＝290円
エンピツ2本＋50円×3＝290円
エンピツ2本 ＝290円－150円
エンピツ2本 ＝140円

［エンピツ1本］＝［ 70円 ］

類題

① エンピツ2本とケシゴム3個で値段290円
② エンピツ5本とケシゴム2個で値段450円

例1－6と同じ種類の問題です。

エンピツの本数をそろえてもよいが、
消しゴムの個数をそろえてみよう。

①×2＝ 4本＋6個＝ 580円
②×3＝15本＋6個＝1350円

その差＝11本 ＝ 770円

だから、［エンピツ1本］＝［70円］

あとは
［①か②］に［代入］して、
［消しゴム1個］の値段を求める。

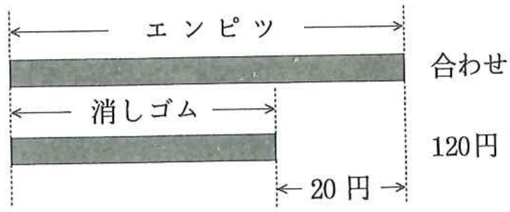
【参考】

今、
例1－1～例1－6
を解くのに使った方法は
［加減法（かげんほう）］と呼ばれるものですが
この名前の由来（ゆらい）を正確に理解するには
中学で
［負の数］を学ぶまで待たねばなりません。
しかし
［その差］を見ることから求めたので
［減法（げんぽう）］を使うことは
理解できると思います。

第2節 代入法

例2－1

[エンピツ] は [ケシゴム] より [20円高い]
[エンピツ1本] と [ケシゴム1個] の値段は
[120円] である。
それぞれの値段を求めなさい。



[消しゴム1個]
＝(120円 － 20円) ÷ 2
＝[50円]

[エンピツ1本]
＝(120円 ＋ 20円) ÷ 2
＝[70円]

のように、
[1本] と [1個] ならば、
[和差算] で十分解けるのですが、•••。

例2－2

① [エンピツ] は [ケシゴム] より [20円高い]
② [エンピツ1本] と [ケシゴム3個] の値段は
[220円] である。
それぞれの値段を求めなさい。

という問題になると、
[和差算] では解けないことになります。

②
[エンピツ1本] ＋ [消しゴム3個] ＝ [220円]

①
[エンピツ1本] ＝ [消しゴム1個 ＋ 20円]
ですから、

② の [エンピツ1本] に
① の [エンピツ1本] ＝ [消しゴム1個 ＋20円]
を代りに入れます。

この [代りに入れる] 作業を
[代入する] といいます。

[エンピツ1本] [消しゴム3個] ＝ [220円]
[消しゴム1個 ＋ 20円]
＋ [消しゴム3個] ＝ [220円]

[消しゴム4個 ＋ 20円] ＝ [220円]
[消しゴム4個] ＝ [200円]
[消しゴム1個] ＝ [50円]

[エンピツ1本]
＝ [50円 ＋ 20円]
＝ [70円]

例2－3

①［エンピツ］は［ケシゴム］より［20円高い］
②［エンピツ2本］と［ケシゴム3個］の値段は
［290円］である。
それぞれの値段を求めなさい。

②
［エンピツ2本］＋［消しゴム3個］＝［290円］

①
［エンピツ1本］＝［消しゴム1個 ＋ 20円］
ですから、

②の［エンピツ2本］に
①の［エンピツ1本］＝［消しゴム1個 ＋20円］
を代りに入れます。

この［代りに入れる］作業を
［代入する］といいます。

［エンピツ2本］＋［消しゴム3個］＝［290円］
（消しゴム1個 ＋ 20円）× 2
＋［消しゴム3個］＝［290円］

［消しゴム2個 ＋ 40円］
＋［消しゴム3個］＝［290円］
［消しゴム5個 ＋ 40円］ ＝［290円］
［消しゴム5個］ ＝［250円］
［消しゴム1個］＝［ 50円］

［エンピツ1本］＝［50円 ＋ 20円］
＝［70円］

第3節 3つの異(こと)なる数を求める

例3－1

[大・中・小]の[3つの数]があります。

[大＋中]＝[15]
[中＋小]＝[8]
[大＋小]＝[13] です。

① [大・中・小]＝[3つの数の和] はいくらですか。
② [大・中・小] [それぞれの数] はいくらですか。

第1節・第2節で見てきたのは、
2つの異なる大きさの数を求める問題でした。

次に、
3つの異(こと)なる大きさの数を求める問題を
考えてみます。

[大＋中　　]＝[15]……①
[　　中＋小]＝[8]……②
＋) [大　　＋小]＝[13]……③

大＋大＋中＋中＋小＋小＝[36]

それぞれが2つずつですから、
1つずつならば、
[大＋中＋小]＝[18]……④

[大・中・小の和] が [18] ですから、

[大と中の和]＝[15]……①
[中と小の和]＝[8]……②
[大と小の和]＝[13]……③
と比べれば、

[大・中・小] の
[それぞれの数] を求めることができる。

[大＋中＋小]＝[18]……④
－) [大＋中　　]＝[15]……①

[　　　　小]＝[3]

[大＋中＋小]＝[18]……④
－) [　　中＋小]＝[8]……②

[大　　　　]＝[10]

[大＋中＋小]＝[18]……④
－) [大　　＋小]＝[13]……③

[　　中　　]＝[5]

この問題を次のように書き表わすと
少し、わかりにくくなります。

大・中・小の3つの数があります。
大と中の和は 15
中と小の和は 8 、大と小の和は 13 です。
大・中・小3つの数の和はいくらですか。
大・中・小それぞれの数はいくらですか。

次のように書き表わすと
さらに、わかりにくくなります。

大・中・小の3つの数があります。
大と中の和、中と小の和、大と小の和は
それぞれ、15、8 、13 です。
大・中・小3つの数の和はいくらですか。
また、大・中・小
それぞれの数はいくらですか。

次のような問題にすると、
さらに、わかりにくくなります。

大・中・小の3つの数があります。
大と中の和、中と小の和、大と小の和は
それぞれ、15、8 、13 です。
大・中・小それぞれの数はいくらですか。

大・中・小それぞれの数を求めるためには、
3つの合計が必要ですが、
［3つの合計を求めなさい］
という問いがないと、
ヒントが無い形になるのでむずかしくなります。

算数の問題をむずかしくする方法は、
間に、ヒントになる小問をおかないことです。

いくつかの小問に答えながら、
おしまいの問題に答えるのは、
教えてもらいながら解くようなものなのです。

この問題は、次のように言い表すと
また少し分かりにくい問題になります。

満点が 10点の算数のテストがありました。
かずおくんとかずこさんの平均点は 7.5点
かずおくんとわさこさんの平均点は 4点
かずこさんとわさこさんの平均点は 6.5点
でした。3人の合計点を求めなさい。また
それぞれの得点を求めなさい。

2つの平均が示されているので、
それぞれ2倍してやれば
［和］が求められて
(例3－1) の問題と同じです。

次のように言い表すと
さらに分かりにくい問題になります。

満点が 10点の算数のテストがありました。
かずおくんとかずこさんの平均点は 7.5点
かずおくんとわさこさんの平均点は 4点
かずこさんとわさこさんの平均点は 6.5点
でした。
それぞれの得点を求めなさい。

それぞれの得点を求めるためには、
3人の合計点が必要ですが、
［3人の合計点を求めなさい］という問いが
ないと、
ヒントが無い形になるのでむずかしくなりま
す。
くりかえしますが、

算数の問題をむずかしくする方法は、
間に、ヒントになる小問をおかないことです。
いくつかの小問に答えながら、
おしまいの問題に答えるのは、
教えてもらいながら解くようなものなのです。

例3－2

> AとBの所持金（しょじきん）の平均は10万円
> BとCの所持金の平均は20万円
> CとAの所持金の平均は18万円です。
>
> A、B、Cそれぞれの所持金は何円か。

AとBの所持金（しょじきん）の平均は10万円ですから
合計は、
A＋B＝10万円×2＝20万円……①

BとCの所持金の平均は20万円ですから
合計は、
B＋C＝20万円×2＝40万円……②

CとAの所持金の平均は18万円ですから
合計は、
C＋A＝18万円×2＝36万円……③

$$\begin{array}{rcccccl} & A & + & B & & & = 20\text{万円} \\ & & & B & + & C & = 40\text{万円} \\ +) & A & & & + & C & = 36\text{万円} \\ \hline & \multicolumn{6}{r}{A+A+B+B+C+C = 96\text{万円}} \end{array}$$

これは、
A、B、Cをそれぞれ2回加えたものです。

$$(A+B+C)\times 2 = 96\text{万円}$$

それゆえ、
A＋B＋C＝96万円÷2＝48万円
A＋B＋C＝48万円……④

①と④を比べて、

$$\begin{array}{rll} & A+B+C = 48\text{万円} & \cdots\cdots④ \\ -) & A+B = 20\text{万円} & \cdots\cdots① \\ \hline & \phantom{A+B+{}} C = 28\text{万円} & \end{array}$$

②と④を比べて、

$$\begin{array}{rll} & A+B+C = 48\text{万円} & \cdots\cdots④ \\ -) & \phantom{A+{}} B+C = 40\text{万円} & \cdots\cdots② \\ \hline & A = 8\text{万円} & \end{array}$$

③と④を比べて、

$$\begin{array}{rll} & A+B+C = 48\text{万円} & \cdots\cdots④ \\ -) & A+\phantom{B+{}} C = 36\text{万円} & \cdots\cdots③ \\ \hline & \phantom{A+{}} B = 12\text{万円} & \end{array}$$

【付 録】

連立方程式で表わす方法

第1節 ～ 第3節で学んだのを
中学の連立方程式の表わし方で
まとめて表わしてみます。

例1－1

$$\begin{cases} x + 2y = 170 & \cdots\cdots ① \\ x + 3y = 220 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

例1－2

$$\begin{cases} x + 3y = 220 & \cdots\cdots ① \\ x + 5y = 320 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

例1－3

$$\begin{cases} 2x + 3y = 290 & \cdots\cdots ① \\ 2x + 5y = 390 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

例1－4

$$\begin{cases} x + y = 120 & \cdots\cdots ① \\ 2x + 3y = 290 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

例1－5

$$\begin{cases} x + y = 120 & \cdots\cdots ① \\ 2x + 4y = 340 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

例1－6

$$\begin{cases} 2x + 3y = 290 & \cdots\cdots ① \\ 3x + 2y = 310 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

例1－7

$$\begin{cases} 2x + 3y = 290 & \cdots\cdots ① \\ 5x + 2y = 450 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

例2－1

$$\begin{cases} x = y + 20 & \cdots\cdots ① \\ x + y = 120 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

例2－2

$$\begin{cases} x = y + 20 & \cdots\cdots ① \\ x + 3y = 220 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

例2－3

$$\begin{cases} x = y + 20 & \cdots\cdots ① \\ 2x + 3y = 290 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

例3－1

$$\begin{cases} x + y = 15 & \cdots\cdots ① \\ y + z = 8 & \cdots\cdots ② \\ x + z = 13 & \cdots\cdots ③ \end{cases}$$

例3－2

$$\begin{cases} x + y = 10 \times 2 & \cdots\cdots ① \\ y + z = 20 \times 2 & \cdots\cdots ② \\ x + z = 18 \times 2 & \cdots\cdots ③ \end{cases}$$

解き方は、
中学で学んでください。