第3章　場合の数

例えば、

> 1、2、3の3枚のカードがあって
> そのうち2枚のカードをつかって
> 2ケタの整数をつくると
> 何通り数がつくられますか。

［3枚のカード］から
［2枚のカード］を［取り出す］方法は
［1、2］
［1、3］
［2、3］
の［3通り］です。
このようなとき、

> 3つのものから
> 2つのものを取り出す
> ［組み合わせ］は
> ［3通り］です。

と言います。

［1、2］の2枚のカードで、
［2ケタの整数］は、
［12］と［21］の［2通り］です。
このようなとき、

> ［1、2］の2枚の数カードの
> ［ならべ方］は、
> ［12］、［21］と
> ［2通り］あります。

と言います。

同じように、
［1、3］のカードで［13］・［31］
［2、3］のカードで［23］・［32］の
［4通り］ができて、
［合計 6通り］の
［2ケタの整数］ができます。

> ［1、2］でも［2、1］でも
> ［同じこと］とみるのは
> ［組み合わせ］の考え方
>
> ［1、2］と［2、1］とは
> ［違う］と見るのは
> ［ならべ方］の考え方です。

［小学校の学習単元］としては、

［場合の数］の
［1つ］にまとめられていますが、
［2つの考え］がふくまれています。

1つは、
［ならべ方］

もう1つは、
［組み合わせ］です。

高等学校風にいえば、
［順列］と
［組合せ］です。

第１節　順列＝ならべ方

例１－１

数字の［５］があります。
これをならべなさい。
何通りの方法で並べることができますか。

ふつうの言葉の使い方としては、
［１つだけ］のものは、
［ならべる意味］はありません。

［ならべる］のは
あたりまえのことですが、
［２つ以上］の場合に限られます。

しかし、とりあえず、
１つの数字でも［置く］ことはできますから、
それを、
［並べた］と考えることにします。

そこで、
算数では、

［１つ］のものの
［ならべ方］は
［１通りである］。

と言うことにします。

例１－２－１

２つの文字が
それぞれカードに書かれています。
何通りの方法で並べることができますか。

例えば、
［1、2］の２つの数字を並べると、
［1、2］と［2、1］
［A、B］の２つの文字なら、
［A、B］と［B、A］
［あ、い］の２つならば、
［あ、い］と［い、あ］

いずれも［２通り］の［並べ方］があります。

例１－２－２

$\boxed{1}$、$\boxed{2}$の２枚の数字カードがあります。
このカードを並べて
［２けたの整数］を作ると
［何通りの整数］ができますか。

［12］、［21］の
［２通りの整数］。

［２つ］のものの
［ならべ方］は
［２通りである］。

例１－３－１

□1、□2、□3の数字のカードがあります。
このカードを並べて
３けたの整数を作ると
何通りの整数ができますか。

［並べ方の説明］

【1】
［初め］の場所に、
［いちばん小さい数］の［１］。
次に、［つぎに小さい］［２］。
最後に［いちばん大きい］［３］。
［123］となります。

次に、

［初め］においた
［１］をそのままにして、
［後ろ］の［２と３］を［入れ替えます］。
［132］

【2】
続いて、
［初め］の場所に、［１］ではなく、
［１］の次の数字の［２］をおきます。
［２、………です］。

［残りの２つの数字］＝［１、３］を
［数の大きさの順］に、［１、３］と並べます。
［213］となります。

［初め］においた［２］をそのままにして、
［後ろ］の［１と３］を［入れ替えます］。
［231］です。

これで、
［123］
［132］
［213］
［231］の［４通り］。

［１］と［２］を
［初めにおく］ことは済みましたから、

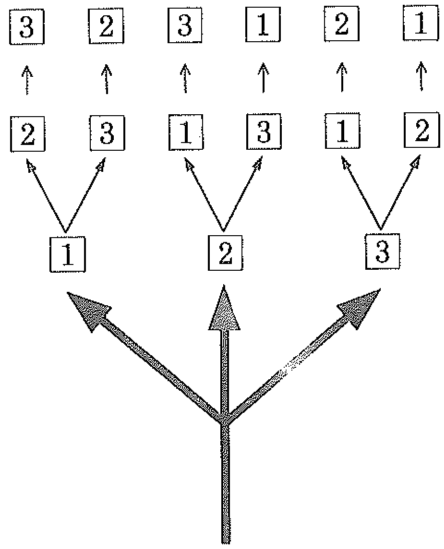
【3】
最後に、
［２］の次の数字の［３］をおきます。
［３、………］です。

［残りの２つの数字　＝［１、２］を
［数の大きさの順　に、［１、２］と並べます。
［312］となります。

［初め］においた［３］をそのままにして、
［後ろ］の［１と２］を［入れ替えます］。
［321］となります。

これら全部で、
［123］
［132］
［213］
［231］
［312］
［321］の［６通り］です。

次のような表わし方を、
［樹形図（じゅけいず）］と言います。
［根元から枝をはっていく木の形］に
似ているからでしょう。



例１－３－２

３つの文字が
それぞれカードに書かれています。
何通りの方法で並べることができますか。

［１、２、３］の［数字］のばあいでも、
他の［文字］のばあいでも
同じように［６通り］になることは
想像できますね。

下に、
いくつかの［数字］や［文字］を並べてみます。

それをよく見て、
［何通りになるか］だけでなく、
その［並べていく手順］を練習してほしいのです。

下に示した方法だけが望ましい方法、
というわけではありませんが、
まず、その方法を身につけ、
その後、
また別の良い方法を考えてください。

並べていく［手順］が
よく考えられた方法でないと、
並べていく個数が多くなった時に、
［何通りになるか］でさえわからなくなるのです。

［１、２、３］
［１、３、２］
［２、１、３］
［２、３、１］
［３、１、２］
［３、２、１］

［A、B、C］
［A、C、B］
［B、A、C］
［B、C、A］
［C、A、B］
［C、B、A］

［あ、い、う］
［あ、う、い］
［い、あ、う］
［い、う、あ］
［う、あ、い］
［う、い、あ］

［赤, 青, 黄］
［赤, 黄, 青］
［青, 赤, 黄］
［青, 黄, 赤］
［黄, 赤, 青］
［黄, 青, 赤］

［赤, 橙, 黄］
［赤, 黄, 橙］
［橙, 赤, 黄］
［橙, 黄, 赤］
［黄, 赤, 橙］
［黄, 橙, 赤］

［赤, 白, 黄］
［赤, 黄, 白］
［白, 赤, 黄］
［白, 黄, 赤］
［黄, 赤, 白］
［黄, 白, 赤］

［１, ２, ３］
［１, ３, ２］
［２, １, ３］
［２, ３, １］
［３, １, ２］
［３, ２, １］

［２, ３, ４］
［２, ４, ３］
［３, ２, ４］
［３, ４, ２］
［４, ２, ３］
［４, ３, ２］

［５, ６, ７］
［５, ７, ６］
［６, ５, ７］
［６, ７, ５］
［７, ５, ６］
［７, ６, ５］

［大, 中, 小］
［大, 小, 中］
［中, 大, 小］
［中, 小, 大］
［小, 大, 中］
［小, 中, 大］

［右, 中, 左］
［右, 左, 中］
［中, 右, 左］
［中, 左, 右］
［左, 右, 中］
［左, 中, 右］

［上, 中, 下］
［上, 下, 中］
［中, 上, 下］
［中, 下, 上］
［下, 上, 中］
［下, 中, 上］

［犬, 猫, 猿］
［犬, 猿, 猫］
［猫, 犬, 猿］
［猫, 猿, 犬］
［猿, 犬, 猫］
［猿, 猫, 犬］

［松, 竹, 梅］
［松, 梅, 竹］
［竹, 松, 梅］
［竹, 梅, 松］
［梅, 松, 竹］
［梅, 竹, 松］

［桃, ｸﾘ, 柿］
［桃, 柿, ｸﾘ］
［ｸﾘ, 桃, 柿］
［ｸﾘ, 柿, 桃］
［柿, 桃, ｸﾘ］
［柿, ｸﾘ, 桃］

［猪, 豚, 猿］
［猪, 猿, 豚］
［豚, 猪, 猿］
［豚, 猿, 猪］
［猿, 猪, 豚］
［猿, 豚, 猪］

［保, 革, 中］
［保, 中, 革］
［革, 保, 中］
［革, 中, 保］
［中, 保, 革］
［中, 革, 保］

［兄, 弟, 姉］
［兄, 姉, 弟］
［弟, 兄, 姉］
［弟, 姉, 兄］
［姉, 兄, 弟］
［姉, 弟, 兄］

［３つ］のものの
［ならべ方］は
［３ × ２ × １］の
［６通り］です。

例1－4－1

1、2、3、4の数字のカードがあります。
このカードを並べて4けたの整数を作ると
何通りの整数ができますか。

［初め］に置く数は、
1、2、3、4の4通り。

1234	2134	3124	4123
1243	2143	3142	4132
1324	2314	3214	4213
1342	2341	3241	4231
1423	2413	3412	4312
1432	2431	3421	4321

1つの数を置くと、
［2番目］に置く数は、
1、2、3、4のそれぞれについて、
その数を除いた［3通り］。

234	134	124	123
243	143	142	132
324	314	214	213
342	341	241	231
423	413	412	312
432	431	421	321

その次に置く数は、
［初め］と［2番目］の数を除いて、
それぞれの数の後に、
［2通り］。

34 43	34 43	24 42	23 32
24 42	14 41	14 41	13 31
23 32	13 31	12 21	12 21

［最後］は、残りの［1つ］

［4 × 3 × 2 × 1］＝［24］通り

例1－4－2

A、B、C、Dの
4枚の文字カードがあります。
このカードを並べる方法は
何通りありますか。

ABCD	BACD	CABD	DABC
ABDC	BADC	CADB	DACB
ACBD	BCAD	CBAD	DBAC
ACDB	BCDA	CBDA	DBCA
ADBC	BDAC	CDAB	DCAB
ADCB	BDCA	CDBA	DCBA

［4 × 3 × 2 × 1］＝［24］通り
｛答え：24通り｝

例1－4－3

犬、猫、鹿、馬の
4枚の文字カードがあります。
このカードを並べる方法は
何通りありますか。

これらの字のように、
書くのに時間のかかるような問題がでたときは、

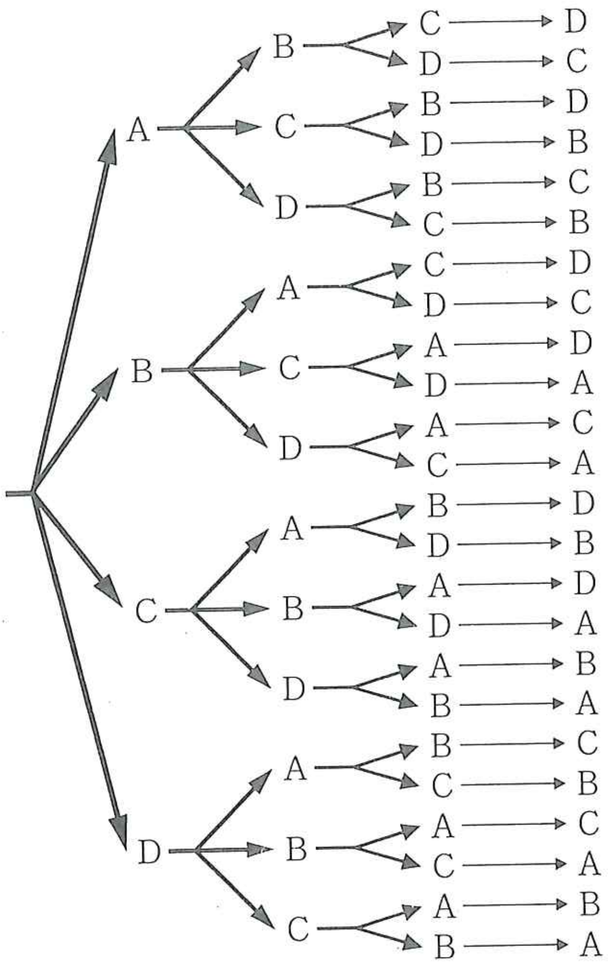
犬猫鹿馬	猫犬鹿馬	鹿犬猫馬	馬犬猫鹿
犬猫馬鹿	猫犬馬鹿	鹿犬馬猫	馬犬鹿猫
犬鹿猫馬	猫鹿犬馬	鹿猫犬馬	馬猫犬鹿
犬鹿馬猫	猫鹿馬犬	鹿猫馬犬	馬猫鹿犬
犬馬猫鹿	猫馬犬鹿	鹿馬犬猫	馬鹿犬猫
犬馬鹿猫	猫馬鹿犬	鹿馬猫犬	馬鹿猫犬

国算社理	算国社理	社国算理	理国算社
国算理社	算国理社	社国理算	理国社算
国社算理	算社国理	社算国理	理算国社
国社理算	算社理国	社算理国	理算社国
国理算社	算理国社	社理国算	理社国算
国理社算	算理社国	社理算国	理社算国

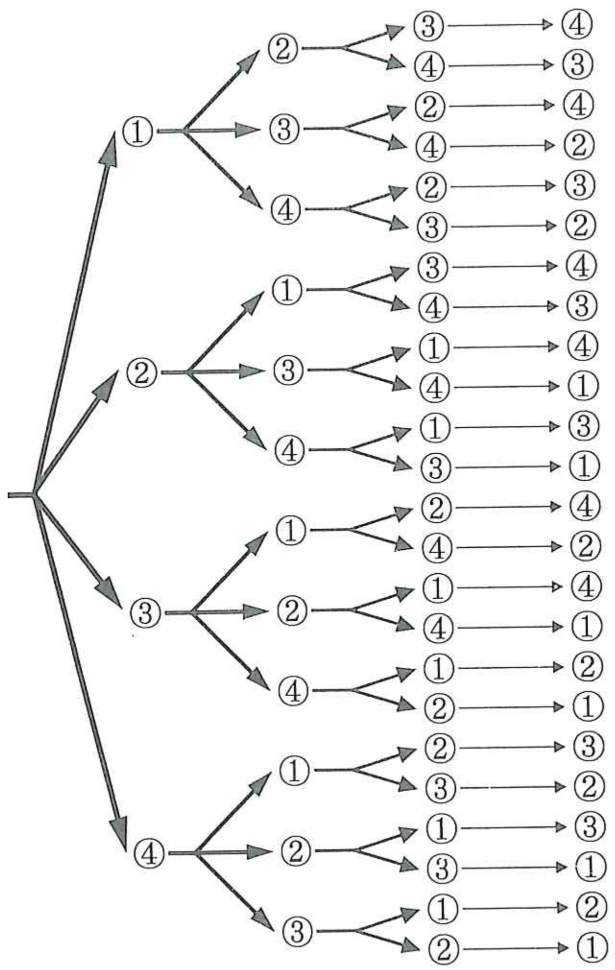
などとは書かずに、
それぞれの文字を、
［1、2、3、4］や、［A、B、C、D］
など、
書きやすい文字になおして考えると便利です。

樹形図

樹らしく幹をたてて書くと、
場所が足りませんから、
横にして表わします。



樹形図



4通り

各3通り

各2通り

各1通り

4　×3　×2　×1

＝24通り

［4つ］のものの
［ならべ方］は
［4 × 3 × 2 × 1］の
［24通りである］。

例1－5－1

［1、2、3、4、5］の
［5つの数カード］を
［並べる方法］は［何通り］ありますか。

12345 12354 12435 12453 12534 12543	13245 13254 13425 13452 13524 13542	14235 14253 14325 14352 14523 14532	15234 15243 15324 15342 15423 15432
23415 23451 23514 23541 23145 23154	24315 24351 24513 24531 24135 24153	25314 25341 25413 25431 25134 25143	21354 21345 21453 21435 21534 21543
34512 34521 34152 34125 34251 34215	35412 35421 35142 35124 35241 35214	31452 31425 31542 31524 31245 31254	32451 32415 32541 32514 32145 32154
45123 45132 45213 45231 45312 45321	41523 41532 41253 41235 41352 41325	42513 42531 42153 42135 42351 42315	43512 43521 43152 43125 43251 43215
51234 51243 51324 51342 51423 51432	52134 52143 52314 52341 52413 52431	53124 53142 53214 53241 53412 53421	54123 54132 54213 54231 54312 54321

［5×4×3×2×1］＝［120］通り

例1－5－2

［A、B、C、D、E］の
［5つの文字カード］を
［並べる方法］は［何通り］ありますか。

ABCDE ABCED ABDCE ABDEC ABECD ABEDC	ACBDE ACBED ACDBE ACDEB ACEBD ACEDB	ADBCE ADBEC ADCBE ADCEB ADEBC ADECB	AEBCD AEBDC AECBD AECDB AEDBC AEDCB
BCDAE BCDEA BCEAD BCEDA BCADE BCAED	BDCAE BDCEA BDEAC BDECA BDACE BDAEC	BECAD BECDA BEDAC BEDCA BEACD BEADC	BACED BACDE BADEC BADCE BAECD BAEDC
CDEAB CDEBA CDAEB CDABE CDBEA CDBAE	CEDAB CEDBA CEADB CEABD CEBDA CEBAD	CADEB CADBE CAEDB CAEBD CABDE CABED	CBDEA CBDAE CBEDA CBEAD CBADE CBAED
DEABC DEACB DEBAC DEBCA DECAB DECBA	DAEBC DAECB DABEC DABCE DACEB DACBE	DBEAC DBECA DBAEC DBACE DBCEA DBCAE	DCEAB DCEBA DCAEB DCABE DCBEA DCBAE
EABCD EABDC EACBD EACDB EADBC EADCB	EBACD EBADC EBCAD EBCDA EBDAC EBDCA	ECABD ECADB ECBAD ECBDA ECDAB ECDBA	EDABC EDACB EDBAC EDBCA EDCAB EDCBA

［5×4×3×2×1］＝［120］通り

例１－５－３

［オ、モ、シ、ロ、イ］の
［５つの文字カード］を
［並べる方法］は［何通り］ありますか。

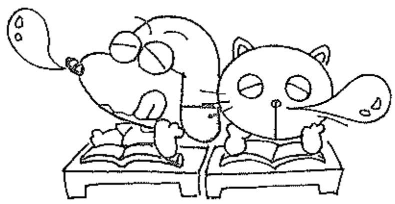
オモシロイ	オシモロイ	オロモシイ	オイモシロ
オモシイロ	オシモイロ	オロモイシ	オイモロシ
オモロシイ	オシロモイ	オロシモイ	オイシモロ
オモロイシ	オシロイモ	オロシイモ	オイシロモ
オモイシロ	オシイモロ	オロイモシ	オイロモシ
オモイロシ	オシイロモ	オロイシモ	オイロシモ
モシロオイ	モロシオイ	モイシオロ	モオシイロ
モシロイオ	モロシイオ	モイシロオ	モオシロイ
モシイオロ	モロイオシ	モイロオシ	モオロイシ
モシイロオ	モロイシオ	モイロシオ	モオロシイ
モシオロイ	モロオシイ	モイオシロ	モオイシロ
モシオイロ	モロオイシ	モイオロシ	モオイロシ
シロイオモ	シイロオモ	シオロイモ	シモロイオ
シロイモオ	シイロモオ	シオロモイ	シモロオイ
シロオイモ	シイオロモ	シオイロモ	シモイロオ
シロオモイ	シイオモロ	シオイモロ	シモイオロ
シロモイオ	シイモロオ	シオモロイ	シモオロイ
シロモオイ	シイモオロ	シオモイロ	シモオイロ
ロイオモシ	ロオイモシ	ロモイオシ	ロシイオモ
ロイオシモ	ロオイシモ	ロモイシオ	ロシイモオ
ロイモオシ	ロオモイシ	ロモオイシ	ロシオイモ
ロイモシオ	ロオモシイ	ロモオシイ	ロシオモイ
ロイシオモ	ロオシイモ	ロモシイオ	ロシモイオ
ロイシモオ	ロオシモイ	ロモシオイ	ロシモオイ
イオモシロ	イモオシロ	イシオモロ	イロオモシ
イオモロシ	イモオロシ	イシオロモ	イロオシモ
イオシモロ	イモシオロ	イシモオロ	イロモオシ
イオシロモ	イモシロオ	イシモロオ	イロモシオ
イオロモシ	イモロオシ	イシロオモ	イロシオモ
イオロシモ	イモロシオ	イシロモオ	イロシモオ

［５×４×３×２×１］＝［120］通り

［５つ］のものの
［ならべ方］は
［５×４×３×２×１］の
［120通りである］。

例1－6

［1、2、3、4、5、6］の
［6つの数カード］を
［並べる方法］は
［何通り］ありますか。



123456・124356・125346・126345	213456・214356・215346・216345	312456・314256・315246・316245
123465・124365・125364・126354	213465・214365・215364・216354	312465・314265・315264・316254
123546・124536・125436・126435	213546・214536・215436・216435	312546・314526・315426・316425
123564・124563・125463・126453	213564・214563・215463・216453	312564・314562・315462・316452
123645・124635・125634・126534	213645・214635・215634・216534	312645・314625・315624・316524
123654・124653・125643・126543	213654・214653・215643・216543	312654・314652・315642・316542
132456・134256・135246・136245	231456・234156・235146・236145	321456・324156・325146・326145
132465・134265・135264・136254	231465・234165・235164・236154	321465・324165・325164・326154
132546・134526・135426・136425	231546・234516・235416・236415	321546・324516・325416・326415
132564・134562・135462・136452	231564・234561・235461・236451	321564・324561・325461・326451
132645・134625・135624・136524	231645・234615・235614・236514	321645・324615・325614・326514
132654・134652・135642・136542	231654・234651・235641・236541	321654・324651・325641・326541
142356・143256・145236・146235	241356・243156・245136・246135	341256・342156・345126・346125
142365・143265・145263・146253	241365・243165・245163・246153	341265・342165・345162・346152
142536・143526・145326・146325	241536・243516・245316・246315	341526・342516・345216・346215
142563・143562・145362・146352	241563・243561・245361・246351	341562・342561・345261・346251
142635・143625・145623・146523	241635・243615・245613・246513	341625・342615・345612・346512
142653・143652・145632・146532	241653・243651・245631・246531	341652・342651・345621・346521
152346・153246・154236・156234	251346・253146・254136・256134	351246・352146・354126・356124
152364・153264・154263・156243	251364・253164・254163・256143	351264・352164・354162・356142
152436・153426・154326・156324	251436・253416・254316・256314	351426・352416・354216・356214
152463・153462・154362・156342	251463・253461・254361・256341	351462・352461・354261・356241
152634・153624・154623・156423	251634・253614・254613・256413	351624・352614・354612・356412
152643・153642・154632・156432	251643・253641・254631・256431	351642・352641・354621・356421
162345・163245・164235・165234	261345・263145・264135・265134	361245・362145・364125・365124
162354・163254・164253・165243	261354・263154・264153・265143	361254・362154・364152・365142
162435・163425・164325・165324	261435・263415・264315・265314	361425・362415・364215・365214
162453・163452・164352・165342	261453・263451・264351・265341	361452・362451・364251・365241
162534・163524・164523・165423	261534・263514・264513・265413	361524・362514・364512・365412
162543・163542・164532・165432	261543・263541・264531・265431	361542・362541・364521・365421

［６つ］のものの
［ならべ方］は
［６×５×４×３×２×１］の
［720通りである］。

412356・413256・415236・416235	512346・513246・514236・516234	612345・613245・614235・615234
412365・413265・415263・416253	512364・513264・514263・516243	612354・613254・614253・615243
412536・413526・415326・416325	512436・513426・514326・516324	612435・613425・614325・615324
412563・413562・415362・416352	512463・513462・514362・516342	612453・613452・614352・615342
412635・413625・415623・416523	512634・513624・514623・516423	612534・613524・614523・615423
412653・413652・415632・416532	512643・513642・514632・516432	612543・613542・614532・615432
421356・423156・425136・426135	521346・523146・524136・526134	621345・623145・624135・625134
421365・423165・425163・426153	521364・523164・524163・526143	621354・623154・624153・625143
421536・423516・425316・426315	521436・523416・524316・526314	621435・623415・624315・625314
421563・423561・425361・426351	521463・523461・524361・526341	621453・623451・624351・625341
421635・423615・425613・426513	521634・523614・524613・526413	621534・623514・624513・625413
421653・423651・425631・426531	521643・523641・524631・526431	621543・623541・624531・625431
431256・432156・435126・436125	531246・532146・534126・536124	631245・632145・634125・635124
431265・432165・435162・436152	531264・532164・534162・536142	631254・632154・634152・635142
431526・432516・435216・436215	531426・532416・534216・536214	631425・632415・634215・635214
431562・432561・435261・436251	531462・532461・534261・536241	631452・632451・634251・635241
431625・432615・435612・436512	531624・532614・534612・536412	631524・632514・634512・635412
431652・432651・435621・436521	531642・532641・534621・536421	631542・632541・634521・635421
451236・452136・453126・456123	541236・542136・543126・546123	641235・642135・643125・645123
451263・452163・453162・456132	541263・542163・543162・546132	641253・642153・643152・645132
451326・452316・453216・456213	541326・542316・543216・546213	641325・642315・643215・645213
451362・452361・453261・456231	541362・542361・543261・546231	641352・642351・643251・645231
451623・452613・453612・456312	541623・542613・543612・546312	641523・642513・643512・645312
451632・452631・453621・456321	541632・542631・543621・546321	641532・642531・643521・645321
461235・462135・463125・465123	561234・562134・563124・564123	651234・652134・653124・654123
461253・462153・463152・465132	561243・562143・563142・564132	651243・652143・653142・654132
461325・462315・463215・465213	561324・562314・563214・564213	651324・652314・653214・654213
461352・462351・463251・465231	561342・562341・563241・564231	651342・652341・653241・654231
461523・462513・463512・465312	561423・562413・563412・564312	651423・652413・653412・654312
461532・462531・463521・465321	561432・562431・563421・564321	651432・652431・653421・654321

第2節　組み合わせ

［組み合わせは何通りか］とたずねる時、
［並べ方］は問題にしない約束です。

たとえば、

A、B、Cの３人が
２人ずつ組になって掃除当番をする時
［どんな組み合わせがあるか］
また、
［その組み合わせは何通りあるか］。

A と B、
A と C、
B と C　の組み合わせがあります。
これ以外の［組み合わせ］は
考えられません。

［3人］の人で
［2人の組］を作ると、
［3通り］あります。

掃除当番として、
［A と B］であっても、
［B と A］であっても問題になりません。

このように、
順番が問題にならないときは、
その［組み合わせ］だけを考えます。

もちろん、
［組み合わせ］と［並べ方］を
くみあわせた問題の場合は
［並べ方］を考えます。

［組み合わせ］と［並べ方］を
くみあわせた問題は、
次の［第3節］で学びます。

［2人］の人が飛行機に乗るとき、
窓の側に座りたい人がいるときは、
［ならべ方］が問題になります。

つまり、
［赤黄］と
［黄赤］とは［別のもの］、と考えるのが
［ならべ方］の考え方です。

窓側に座ろうが、窓側でなかろうが、
2人が組にさえなっていればいい、というのが
［組み合わせ］。

つまり、
［赤黄］でも、
［黄赤］でも［同じこと］、と考えるのが
［組み合わせ］の考え方です。

今見た例と違ってはいますが、
どこか似ている次の問題をどう見ますか。

［3つ］のものから
［1つ］を選ぶ［組み合わせ］は
［何通り］ありますか。

［A と B と C］［3つ］のものから
［1つ］を選ぶと、
［Aだけ］、［Bだけ］、［Cだけ］の
［3通り］。

同じものごとを、
別の面から見ているのだと分かりますか。

例２－１

［１つ］のものから
［１つ］を選ぶ［組み合わせ］は
［何通り］ありますか。

［１つ］のものから
［１つ］を選ぶ［組み合わせ］は、
［１通り］に決まっています。

たずねるのも、
たずねられるのも、
［何を言ってるの？］といった感じですね。

例２－２

［２つ］のものから
［２つ］を選ぶ［組み合わせ］は
［何通り］ありますか。

［２つ］のものから
［２つ］を選ぶのも、
［１通り］に決まっています。

これも、
たずねるのも変なくらい、・・・

類 題

［２つ］のものから
［１つ］を選ぶ［組み合わせ］は
［何通り］ありますか。

［AとB］［２つ］のものから
［１つ］を選ぶ［組み合わせ］は、
［Aだけ］、［Bだけ］の［２通り］。

わざわざ問題にするのもおかしいくらい
かんたんなことですね。

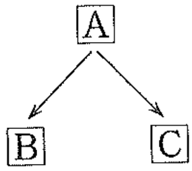
【参 考】
［いくつか］のものから抜(ぬ)き出して
［ある個数の組み合わせ］をつくるとき、
ふつうの言葉の使い方では、
［１個の組み合わせ］というのは変ですが、
数学の場合にはよくあります。

例２－３

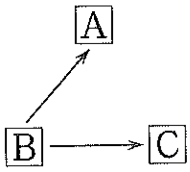
［Ａ・Ｂ・Ｃ］の３人から
［２人］の組み合わせを作ると
［何通り］になりますか。

［解き方１］

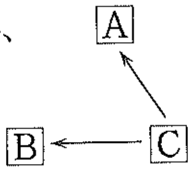
Ａから、Ａ以外のＢとＣへ
つまり、ＡＢ、ＡＣの
［３－１］＝［２］通りの
［組み合わせ］ができる。



同じように、
Ｂから、Ｂ以外のＣとＡへ、
つまり、ＢＣ、ＢＡの
［３－１］＝［２］通りの
［組み合わせ］ができる。

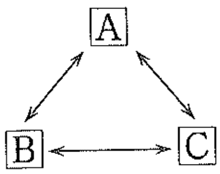


Ｃからも、Ｃ以外のＡとＢへ、
つまり、ＣＡ、ＣＢの
［３－１］＝［２］通りの
［組み合わせ］ができる。



よって、
［３×（３－１）］の
［６通り］の
［組み合わせ］ができます。

しかし、
Ａからの［ＡＢ］の［組み合わせ］と、
Ｂからの［ＢＡ］の［組み合わせ］とは、
同じものです。

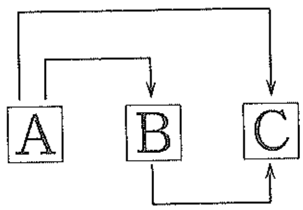


［１つの組み合わせ］を、
全て［２回］数えていることになりますから、

［組み合わせの個数］は

［３×（３－１）÷２］
＝［３］通り
となります。

［解き方２］



［ＡＢ］	［ＡＣ］	２通り
	［ＢＣ］	＋ １通り
		３通り

［２＋１］＝［３］通り

［答え］
［Ａ・Ｂ］
［Ａ・Ｃ］
［Ｂ・Ｃ］の［３通り］。

類 題

［赤・青・黄］の３色から
［２色］の［組み合わせ］を作ると
［何通り］になりますか。

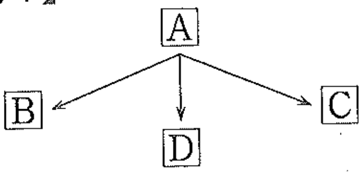
［赤・青］
［赤・黄］
［青・黄］の［３通り］。

［３つ］のものから、
［２つ］ものを選ぶ［組み合わせ］は
［２＋１＝３］
［３×（３－１）÷２＝３］です。

例2－4

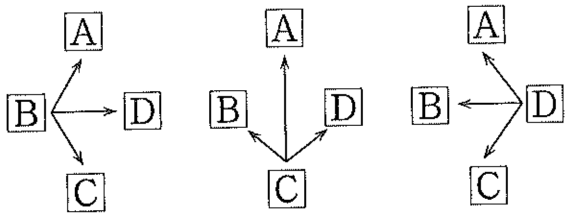
［A、B、C、D］［4つ］のものから
［2つ］を選ぶ［組み合わせ］は
何通りありますか。

【解き方1】



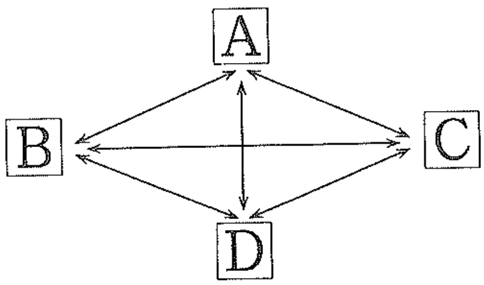
Aから、
B、C、Dへ［4－1］＝［3］通りの
［組み合わせ］ができる。

同じように、
Bからも、Cからも、Dからも、
［4－1］＝［3］通りの
［組み合わせ］ができる。



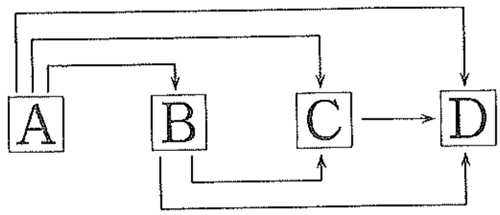
よって、
［4つ］のものから
［2つ］を組み合わせると、
［4×(4－1)］の
［12通り］の
［組み合わせ］ができます。

しかし、
［1つの組み合わせ］を、
全て［2回］数えていることになりますから、



［組み合わせの個数］は
［4×(4－1)÷2］
＝［6］通り

【解き方2】



［AB］、	［AC］、	［AD］	3通り
	［BC］、	［BD］	2通り
		［CD］	＋1通り
			6通り

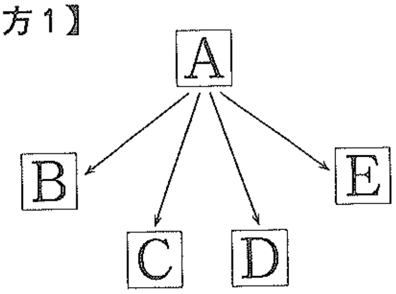
［3＋2＋1］＝［6］通り

［4つ］のものから
［2つ］のものを選ぶ［組み合わせ］は
①［4×(4－1)÷2＝6］です。
②［3＋2＋1＝6］

例２－５

［５つ］のものから
［２つ］を選ぶ［組み合わせ］は
何通りありますか。

【解き方１】



Ａから、Ａ以外のＢ、Ｃ、Ｄ、Ｅへ
［５－１］＝［４］通りの
［組み合わせ］ができる。

同じように、
Ｂからも、Ｃからも、Ｄからも、Ｅからも
［５－１］＝［４］通りの
［組み合わせ］ができる。

よって、
［５×（５－１）］の
［20通り］の
［組み合わせ］ができます。

しかし、
［１つの組み合わせ］を、
全て［２回］数えていることになりますから、

［組み合わせの個数］は
［５×（５－１）÷２］
＝［10］通り

［５×（５－１）÷２］＝［10］通り

［５つ］のものから
［２つ］を選ぶ［組み合わせ］は、

【解き方２】

A　B　C　D　E

AB、AC、AD、AE	４通り
BC、BD、BE	３通り
CD、CE	２通り
DE	＋１通り
	10通り

［４＋３＋２＋１］＝［10］通り

【解き方３】
［表］については、各自考えてください。
［解き方１］と同じ考え方です。

	A	B	C	D	E	
A	●	AB	AC	AD	AE	4
B	BA	●	BC	BD	BE	4
C	CA	CB	●	CD	CE	4
D	DA	DB	DC	●	DE	4
E	EA	EB	EC	ED	●	4
						20

それぞれ、［２回］ずつ数えられているから、
［２でわって］、
［10通り］となる。

［５つ］のものから、
［２つ］のものを選ぶ［組合わせ］は
①［４＋３＋２＋１＝10］
②［５×（５－１）÷２＝10］です。

【参考】

例2－6－1

［３つ］のものから
［２つ］を選ぶ［組み合わせの個数］は

［３つ］のものから
［１つ］のものを選ぶ
［組み合わせの個数］と同じです。

例2－6－2

［４つ］のものから
［３つ］を選ぶ［組み合わせの個数］は

［４つ］のものから
［１つ］のものを選ぶ
［組み合わせの個数］と同じです。

例2－6－3

［５つ］のものから
［４つ］を選ぶ［組み合わせの個数］は

［５つ］のものから
［１つ］のものを選ぶ
［組み合わせの個数］と同じです。

例2－6－4

［６つ］のものから
［５つ］を選ぶ［組み合わせの個数］は

［６つ］のものから
［１つ］のものを選ぶ
［組み合わせの個数］と同じです。

例2－6－5

［７つ］のものから
［６つ］を選ぶ［組み合わせの個数］は

［７つ］のものから
［１つ］のものを選ぶ
［組み合わせの個数］と同じです。

一度考えつくと、
実にあたり前のことです。
ウラからみるのとオモテから見るのとの違いです。

気がつくと実に簡単なことですが、
意外にうっかり見落すことです。

例2－7－1

［５つ］のものから
［３つ］を選ぶ［組み合わせの個数］は、

［５つ］のものから
［２つ］のものを選ぶ
［組み合わせの個数］と同じです。

例2－7－2

［６つ］のものから
［４つ］を選ぶ［組み合わせの個数］は、

［６つ］のものから
［２つ］のものを選ぶ
［組み合わせの個数］と同じです。

例2－7－3

［７つ］のものから
［５つ］を選ぶ［組み合わせの個数］は、

［７つ］のものから
［２つ］のものを選ぶ
［組み合わせの個数］と同じです。

例2－8

［７つ］のものから
［４つ］を選ぶ［組み合わせの個数］は、

［７つ］のものから
［３つ］のものを選ぶ
［組み合わせの個数］と同じです。

このように、
順々に考えていくと、
ある種の法則が見つかるものです。

この本の１つの願いは、
このように、
いくつもの似た問題を考え続けることによって、
何か法則を発見できることを
知ってほしいこと、
また、
法則を発見して楽しんでもらいたい、
ということです。

第３節　順列・組合わせの複合問題

［組み合わせ］と［ならべ方］を
くみあわせた問題。

例３－１

［４・５・６］の［３枚の数カード］で
［２ケタ］の整数を作ると
［何通り］になりますか。

［４・５・６］の［３枚］の［数カード］から、
［２つの数］を選ぶ［組み合わせ］は、
［４・５］、［４・６］、［５・６］の
［３通り］。

［４・５］、［４・６］、［５・６］の
それぞれについて、
［ならべ方］は［２通り］ですから、

［２ケタの整数］は、次の［６通り］。

［４５、５４］
［４６、６４］
［５６、６４］の［６通り］。

例３－２

［４・５・６］の［３つの数］で
［２ケタ］の整数を作ると
［何通り］になりますか。

左の問題とのちがいを
読み取ることができますか。

［例３－１］は、［３枚の数カード］
［例３－２］は、［３つの数］です。

［３枚のカード］で
［２ケタの数］を作る時は、
［１枚のカード］を先に置くと、
次は、
［残りのカード］を置くことしかできません。

しかし、
［３つの数］で［２ケタの数］を作る時は、
［何度］でも［同じ数］を使うことが可能です。

［４４、４５、４６］
［５４、５５、５６］
［６４、６５、６６］の

［３ × ３ ＝ ９］の
［９通り］となります。

中学の入学試験では、
このような意地悪っぽい問題にもなります。

しかし、
高等学校でこのことを学ぶ時には、
数を［くりかえし］使うのか
［１回きり］とするのか、
きちんと言い表わす習慣です。

例３－３

０、１、２　の数字のカードがあります。
このカードを並べて２けたの整数を作ると
何通りの整数ができますか。

［組み合わせ］は
［０・１］　［０・２］　［１・２］の
［３通り］ですが、

［十の位］に
［０］を置くことができませんから、

［０・１］からは［10］
［０・２］からは［20］
［１・２］からは［12、21］の
［４通り］。

この問題の場合、
先に、［組み合わせ］を考えることなく、
［十の位］に［１］を置き、［10、12］
［十の位］に［２］を置き、［20、21］
として
［４通り］としてもよい。

例３－４

０、１、２、３　の数字のカードがあります。
このカードを並べて２けたの整数を作ると
何通りの整数ができますか。

［組み合わせ］は、
［０・１］　［０・２］　［０・３］
　　　　　　［１・２］　［１・３］
　　　　　　　　　　　　［２・３］の
　　　　　　　　　　　　　　　［６通り］

［ならべ方］は
［２ケタの数］は、
［０・１］からは［10］
［０・２］からは［20］
［０・３］からは［30］
［１・２］からは［12、21］
［１・３］からは［13、31］
［２・３］からは［23、32］で、全部で
［１×３＋２×３］＝［９通り］

例３－５

０、１、２、３　の数があります。
この数を並べて２けたの整数を作ると
何通りの整数ができますか。

例３－４とのちがいは、
例３－１と例３－２で見たように、
［数のカード］と［数］とのちがいです。

［組み合わせ］は、
［０・０］［０・１］［０・２］［０・３］
　　　　　［１・１］［１・２］［１・３］
　　　　　　　　　　［２・２］［２・３］
　　　　　　　　　　　　　　　［３・３］
［４＋３＋２＋１］＝［10通り］です。

［０・０］からは、［なし］
［０・１］からは、［10］
［０・２］からは、［20］
［０・３］からは、［30］
［１・１］からは、［11］
［１・２］からは、［12、21］
［１・３］からは、［13、31］
［２・２］からは、［22］
［２・３］からは、［23、32］
［３・３］からは、［33］の
［12通り］
としてもよいのですが、

この問題のばあいも、
先に、［組み合わせ］を考えることなく、
［十の位］に［１］をおき、
　　　　　　［10、11、12、13］
［十の位］に［２］をおき、
　　　　　　［20、21、22、23］
［十の位］に［３］をおき、
　　　　　　［30、31、32、33］
として、
［４×３］で［12通り］と考える方が
便利なようです。