

第4章 新ルールの演算

第1節 自由なルールで演算

例1-1

$[◆]$ を次のように約束しました。

$$[6 ◆ 5] = [6 \times 5 - 3]$$

これに基いて次の計算をしなさい。

- ① $[9 ◆ 8]$
- ② $[100 ◆ 10]$
- ③ $[20 ◆ 5]$
- ④ $[(5 ◆ 8) ◆ 2]$
- ⑤ $[5 ◆ (8 ◆ 2)]$

新しい規則による演算といつても、

$$6 + 3 = 9 \quad \text{加法}$$

$$6 - 2 = 4 \quad \text{減法}$$

$$6 \times 3 = 18 \quad \text{乗法}$$

$$6 \div 3 = 2 \quad \text{除法}$$

$$(6 - 2) \times 3 = 12$$

(かっこ) の中を先に計算する

などの意味は今までどおりです。

そこに、

新しく何かのルールを加えて
別の計算をする、ということです。

このことは、今のところ、
何のためにこんなことをやっているのか
分からぬかもしませんが、
後々、非常に数学の発展に大事なことなのです。

$[◆]$ を使った計算ですが、

$$[6 ◆ 5] = [6 \times 5 - 3]$$

から考えるに、

$[6]$ と $[5]$ は、与えられた式にあるが、
 $[3]$ はありません。

このような時は、

$[3]$ は、 $[いつも 3]$ となる意味だろう
と見当をつけます。

①

$$[6 ◆ 5] = [6 \times 5 - 3] \text{ だから、}$$

$$\begin{aligned} [9 ◆ 8] &= [9 \times 8 - 3] \\ &= [69] \end{aligned}$$

②

$$[6 ◆ 5] = [6 \times 5 - 3] \text{ だから、}$$

$$\begin{aligned} [100 ◆ 10] &= [100 \times 10 - 3] \\ &= [1000 - 3] \\ &= [997] \end{aligned}$$

③

$$[6 ◆ 5] = [6 \times 5 - 3] \text{ だから、}$$

$$\begin{aligned} [20 ◆ 5] &= [20 \times 5 - 3] \\ &= [97] \end{aligned}$$

④

$$\begin{aligned} [5 ◆ 8] &= [5 \times 8 - 3] \\ &= [37] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [(5 ◆ 8) ◆ 2] &= [37 ◆ 2] \\ &= [37 \times 2 - 3] \\ &= [71] \end{aligned}$$

次の⑤は、

④と似ていますが、少しづちがいます。

⑤

$$\begin{aligned} [8 ◆ 2] &= [8 \times 2 - 3] \\ &= [13] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [5 ◆ 13] &= [5 \times 13 - 3] \\ &= [62] \end{aligned}$$

例1-2

【】の印しは

$$[\![12.4]\!] = [\![12]\!] = [12]$$

$$[\![45.6]\!] = [\![46]\!] = [46] \text{ のように}$$

[小数の位] を [四捨五入した数] を表わすものとします。

- ① $[\![0.5]\!] + [\![2.6]\!]$
- ② $[\![20.4]\!] + [\![2.4]\!]$
- ③ $[\![0.5]\!] \times [\![2.6]\!]$

例1-3

【】は

【】内の2つの数の最大公約数

《》は

《》内の2つの数の最小公倍数を表わすものとします。

- ① $[\![36, 48]\!] + \langle 6, 8 \rangle$
- ② $[\![12, 16]\!] + \langle 12, 16 \rangle$
- ③ $\langle 12, 16 \rangle - [\![12, 16]\!]$
- ④ $\langle 12, 16 \rangle \div [\![12, 16]\!]$

$$\textcircled{1} \quad [\![0.5]\!] + [\![2.6]\!]$$

$$= [1] + [3]$$

$$= [4]$$

$$\textcircled{2} \quad [\![20.4]\!] + [\![2.4]\!]$$

$$= [20] + [2]$$

$$= [22]$$

$$\textcircled{3} \quad [\![0.5]\!] \times [\![2.6]\!]$$

$$= [1] \times [3]$$

$$= [3]$$

$$\textcircled{1} \quad [\![36, 48]\!] + \langle 6, 8 \rangle$$

$$= [12] + [24]$$

$$= [36]$$

$$\textcircled{2} \quad [\![12, 16]\!] + \langle 12, 16 \rangle$$

$$= [4] + [48]$$

$$= [52]$$

$$\textcircled{3} \quad \langle 12, 16 \rangle - [\![12, 16]\!]$$

$$= [48] - [4]$$

$$= [44]$$

$$\textcircled{4} \quad \langle 12, 16 \rangle \div [\![12, 16]\!]$$

$$= [48] \div [4]$$

$$= [12]$$

例1-4

【】の印しは
 $\llbracket 123 \rrbracket = \llbracket 6 \rrbracket = [6]$
 $\llbracket 456 \rrbracket = \llbracket 15 \rrbracket = \llbracket 6 \rrbracket = [6]$
 のように
 [各位の数の和] を [1ケタ] になるまで
 計算するものとします。

- ① $\llbracket 12 \rrbracket + \llbracket 34 \rrbracket + \llbracket 56 \rrbracket + \llbracket 789 \rrbracket$
- ② $\llbracket 123 \rrbracket + \llbracket 456 \rrbracket + \llbracket 789 \rrbracket$
- ③ $\llbracket 123 \rrbracket + \llbracket 45 \rrbracket + \llbracket 6789 \rrbracket$
- ④ $\llbracket 1234 \rrbracket + \llbracket 56789 \rrbracket$
- ⑤ $\llbracket 123456789 \rrbracket$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \llbracket 12 \rrbracket + \llbracket 34 \rrbracket + \llbracket 56 \rrbracket + \llbracket 789 \rrbracket \\ &= \llbracket 3 \rrbracket + \llbracket 7 \rrbracket + \llbracket 11 \rrbracket + \llbracket 24 \rrbracket \\ &= \llbracket 3 \rrbracket + \llbracket 7 \rrbracket + \llbracket 2 \rrbracket + \llbracket 6 \rrbracket \\ &= [3] + [7] + [2] + [6] \\ &= [18] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & \llbracket 123 \rrbracket + \llbracket 456 \rrbracket + \llbracket 789 \rrbracket \\ &= \llbracket 6 \rrbracket + \llbracket 15 \rrbracket + \llbracket 24 \rrbracket \\ &= \llbracket 6 \rrbracket + \llbracket 6 \rrbracket + \llbracket 6 \rrbracket \\ &= [6] + [6] + [6] \\ &= [18] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad & \llbracket 123 \rrbracket + \llbracket 45 \rrbracket + \llbracket 6789 \rrbracket \\ &= \llbracket 6 \rrbracket + \llbracket 9 \rrbracket + \llbracket 30 \rrbracket \\ &= \llbracket 6 \rrbracket + \llbracket 9 \rrbracket + \llbracket 3 \rrbracket \\ &= [6] + [9] + [3] \\ &= [18] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad & \llbracket 12345 \rrbracket + \llbracket 6789 \rrbracket \\ &= \llbracket 15 \rrbracket + \llbracket 30 \rrbracket \\ &= \llbracket 6 \rrbracket + \llbracket 3 \rrbracket \\ &= [6] + [3] \\ &= [9] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad & \llbracket 123456789 \rrbracket \\ &= \llbracket 45 \rrbracket \\ &= \llbracket 9 \rrbracket \\ &= [9] \end{aligned}$$

例1-5

$\llbracket 2 \rrbracket = [2 \times 1]$
 $\llbracket 3 \rrbracket = [3 \times 2 \times 1]$
 $\llbracket 4 \rrbracket = [4 \times 3 \times 2 \times 1]$
 と表わすこととします。

- ① $\llbracket 4 \rrbracket \div \llbracket 3 \rrbracket$
- ② $\llbracket 5 \rrbracket \div \llbracket 4 \rrbracket$
- ③ $\llbracket 5 \rrbracket \div \llbracket 3 \rrbracket$
- ④ $\llbracket 5 \rrbracket \div \llbracket 2 \rrbracket$
- ⑤ $\llbracket 6 \rrbracket \div \llbracket 5 \rrbracket$
- ⑥ $\llbracket 6 \rrbracket \div \llbracket 4 \rrbracket$
- ⑦ $\llbracket 6 \rrbracket \div \llbracket 3 \rrbracket$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \llbracket 4 \rrbracket \div \llbracket 3 \rrbracket \\ &= (4 \times 3 \times 2 \times 1) \div (3 \times 2 \times 1) \\ &= [4] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & \llbracket 5 \rrbracket \div \llbracket 4 \rrbracket \\ &= (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \div (4 \times 3 \times 2 \times 1) \\ &= [5] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad & \llbracket 5 \rrbracket \div \llbracket 3 \rrbracket \\ &= (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \div (3 \times 2 \times 1) \\ &= [5 \times 4] \\ &= [20] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad & \llbracket 5 \rrbracket \div \llbracket 2 \rrbracket \\ &= (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \div (2 \times 1) \\ &= [5 \times 4 \times 3] \\ &= [60] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad & \llbracket 6 \rrbracket \div \llbracket 5 \rrbracket \\ &= (6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \div (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \\ &= [6] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{6} \quad & \llbracket 6 \rrbracket \div \llbracket 4 \rrbracket \\ &= (6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \div (4 \times 3 \times 2 \times 1) \\ &= [6 \times 5] \\ &= [30] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{7} \quad & \llbracket 6 \rrbracket \div \llbracket 3 \rrbracket \\ &= (6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \div (3 \times 2 \times 1) \\ &= [6 \times 5 \times 4] \\ &= [120] \end{aligned}$$

例1-6

【1】 = [1]
 【2】 = [4]
 【3】 = [9]
 【4】 = [16] など
 【】の中の数を
 [2回かけあわせた数]
 を表わすこととします。

- ① 【1】 + 【2】
- ② 【1】 × 【2】
- ③ 【4】 ÷ 【2】
- ④ 【3】 + 【4】 ÷ 【2】
- ⑤ 【2】 × 【4】

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & [\begin{array}{c} 1 \\ 1 \times 1 \end{array}] + [\begin{array}{c} 2 \\ 2 \times 2 \end{array}] \\ &= [\begin{array}{c} 1+4 \\ 5 \end{array}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & [\begin{array}{c} 1 \\ 1 \times 1 \end{array}] \times [\begin{array}{c} 2 \\ 2 \times 2 \end{array}] \\ &= [\begin{array}{c} 1 \times 4 \\ 4 \end{array}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad & [\begin{array}{c} 4 \\ 4 \times 4 \end{array}] \div [\begin{array}{c} 2 \\ 2 \times 2 \end{array}] \\ &= [\begin{array}{c} 16 \\ 4 \end{array}] \div [\begin{array}{c} 4 \\ 4 \end{array}] \\ &= [\begin{array}{c} 4 \\ 4 \end{array}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad & [\begin{array}{c} 3 \\ 3 \times 3 \end{array}] + [\begin{array}{c} 4 \\ 4 \times 4 \end{array}] \div [\begin{array}{c} 2 \\ 2 \times 2 \end{array}] \\ &= [\begin{array}{c} 9 \\ 9 \end{array}] + [\begin{array}{c} 16 \\ 16 \end{array}] \div [\begin{array}{c} 4 \\ 4 \end{array}] \\ &= [\begin{array}{c} 9 \\ 9 \end{array}] + [\begin{array}{c} 4 \\ 4 \end{array}] \\ &= [\begin{array}{c} 13 \\ 13 \end{array}] \end{aligned}$$

このような問題の時も、
 [式の中にあるかけ算・わり算] は、
 [たし算・引き算] より先に
 計算します。

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad & [\begin{array}{c} 2 \\ 2 \times 2 \end{array}] \times [\begin{array}{c} 4 \\ 4 \times 4 \end{array}] \\ &= [\begin{array}{c} 4 \\ 4 \end{array}] \times [\begin{array}{c} 16 \\ 16 \end{array}] \\ &= [\begin{array}{c} 64 \\ 64 \end{array}] \end{aligned}$$

第2節 新しい公式

例2-1

[★] を次のように約束しました。
 $5 \star 8 = 5 \times 8 \div 2$ *
 これに基づいて次の計算をしなさい。

- ① $12 \star 15$
- ② $25 \star 24$
- ③ $25 \star 36$

少し、計算のくふうをしておきました。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad 12 \star 15 &= 12 \times 15 \div 2 \\ &= 6 \times 15 = [90] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad 25 \star 24 &= 25 \times 24 \div 2 \\ &= 25 \times 4 \times 6 \div 2 = 100 \times 6 \div 2 \\ &= [300] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad 25 \star 36 &= 25 \times 36 \div 2 \\ &= 25 \times 4 \times 9 \div 2 = 100 \times 9 \div 2 \\ &= [450] \end{aligned}$$

*

この式は、
 考えようによつては、
 [高さ=5] と [底辺=8] 、あるいは、
 [高さ=8] と [底辺=5] の
 [三角形の面積を求める公式]
 とも見えます。

あるいは、
 [対角線=5] と [もう1つの対角線=8] の
 [ひし形の面積を求める公式]
 とも見えます。

例2-2

[★] を次のように約束しました。
 $20 \star 5 = 20 \div 5 \times 2$ *
 これに基づいて次の計算をしなさい。

- ① $12 \star 4$
- ② $25 \star 5$
- ③ $36 \star 9$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad 12 \star 4 &= 12 \div 4 \times 2 = [6] \\ \textcircled{2} \quad 25 \star 5 &= 25 \div 5 \times 2 = [10] \\ \textcircled{3} \quad 36 \star 9 &= 36 \div 9 \times 2 = [8] \end{aligned}$$

*

この式は、
 考えようによつては、
 [面積=20] と [底辺=5] が分かっていて、
 [三角形] の [高さ] を求める式とも見えます。

例2-3

[★] を次のように約束しました。
 $20 \star 5 = 20 \times 2 \div 5$ *
 これに基づいて次の計算をしなさい。

- ① $12 \star 4$
- ② $25 \star 5$
- ③ $36 \star 9$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad 12 \star 4 &= 12 \times 2 \div 4 = [6] \\ \textcircled{2} \quad 25 \star 5 &= 25 \times 2 \div 5 = [10] \\ \textcircled{3} \quad 36 \star 9 &= 36 \times 2 \div 9 = [8] \end{aligned}$$

*

[面積=20] と [高さ=5] が分かっていて、
 [三角形] の [底辺]
 を求める式とも見えます。

また、

[面積=20] と [高さ=5] の
 [台形] の [上底+下底] を求める公式
 とも見えます。

例2-4

[★] を次のように約束しました。
 $[\star 5] = [180 - 360 \div 5]$
 これに基いて次の計算をしなさい。

- [★3]
- [★4]
- [★5]
- [★6]
- [★8]
- [★9]

$$\begin{aligned} [\star 3] &= [180 - 360 \div 3] \\ &= [180 - 120] \\ &= [60] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [\star 4] &= [180 - 360 \div 4] \\ &= [180 - 90] \\ &= [90] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [\star 5] &= [180 - 360 \div 5] \\ &= [180 - 72] \\ &= [108] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [\star 6] &= [180 - 360 \div 6] \\ &= [180 - 60] \\ &= [120] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [\star 8] &= [180 - 360 \div 8] \\ &= [180 - 45] \\ &= [135] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [\star 9] &= [180 - 360 \div 9] \\ &= [180 - 40] \\ &= [140] \end{aligned}$$

ここに求めた数値は、
[正多角形] の **[1つの内角]**
 と考えることができます。

例2-5

[★] を次のように約束しました。
 $[\star 5] = [(180 - 360 \div 5) \times 5]$
 これに基いて次の計算をしなさい。

- [★3]
- [★4]
- [★5]
- [★6]
- [★8]
- [★9]

$$\begin{aligned} [\star 3] &= (180 - 360 \div 3) \times 3 \\ &= [60 \times 3] \\ &= [180] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [\star 4] &= (180 - 360 \div 4) \times 4 \\ &= [90 \times 4] \\ &= [360] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [\star 5] &= (180 - 360 \div 5) \times 5 \\ &= [108 \times 5] \\ &= [540] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [\star 6] &= (180 - 360 \div 6) \times 6 \\ &= [120 \times 6] \\ &= [720] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [\star 8] &= (180 - 360 \div 8) \times 8 \\ &= [135 \times 8] \\ &= [980] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [\star 9] &= (180 - 360 \div 9) \times 9 \\ &= [140 \times 9] \\ &= [1260] \end{aligned}$$

ここに示した [式] と [数値] は、
[正多角形の内角の和] を
[1つの外角] の方から求めた、
 と考えることができます。

このように見していくと、
 いろいろの公式が考えられます。

例2-6

[★] を次のように約束しました。
[★5] = [5 × (5 - 3) ÷ 2]
これに基いて次の計算をしなさい。

- [★3]
- [★4]
- [★5]
- [★6]
- [★8]
- [★9]

$$[\star 3] = [3 \times (3 - 3) \div 2]$$
$$= [0]$$

$$[\star 4] = [4 \times (4 - 3) \div 2]$$
$$= [2]$$

$$[\star 5] = [5 \times (5 - 3) \div 2]$$
$$= [5]$$

$$[\star 6] = [6 \times (6 - 3) \div 2]$$
$$= [9]$$

$$[\star 8] = [8 \times (8 - 3) \div 2]$$
$$= [20]$$

$$[\star 9] = [9 \times (9 - 3) \div 2]$$
$$= [27]$$

これは、
何を求める公式といえるでしょうか。

[多角形の対角線の数] を求める公式
を考えることができます。

このように、
[新しい約束記号] を作って、
何かのルールを表わすことになると、
かなり自由に、
今までの公式を表わすことができます。

算数では、あるいは数学では、
記号は、西洋流に、
アルファベットなどを使うことが多いのですが、
日本や中国流に、漢字を使うと、
もっと分かりやすい表現にもできます。

たとえば、

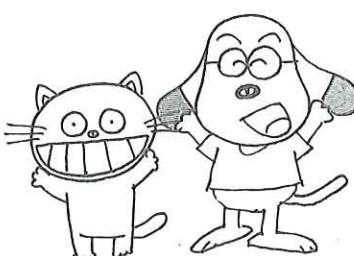
$8 \star 5 = 8 \times 5 \div 2$ は、
[タテ=8 cm]、[ヨコ=5 cm] の
[三角形の面積] を求める公式とすれば、

[8 三角 5] = $8 \times 5 \div 2$ とすれば、
いかにも三角形の面積を求める公式に見えます。

しかし、
数学が西洋で発達したためもありますが、
今でも日本で、
[意味ある漢字] を使わずに、
[意味のない文字] を使うのは、
数学が、
より応用自在な発展を願う気持からです。

[記号の自由さ] を感じることのできる日が
必ずやってきます。

自由に約束記号を作って楽しんでください。
新しい数学の世界が広がります。



あとがき

この本ができ上がるまでに、
たくさんの人のお世話になりました。

先ず、
私に算数を習ってくれた生徒諸君が
一番の力だと思います。
本当にいろいろのこと気にづかせてもらいました。
[先生の本ができたらぜひほしい]
といってくれたみんなの声がなかつたら、
とてもスタートできなかったと思います。

試作品の段階で、
[これがあれば算数の苦手な私にも教えられます]
と言ってくださった保護者の方がた。

ワープロの初步から著作の方法まで
いろいろと導いていただいた
奈良女子大学保健管理センターの山本公弘教授。

奈良高校の南浦洋八郎先生には、
数学的な面で
欠くことのできない貴重なご意見を
いただきました。

表紙の絵に、京都市立芸術大学の
鶴田憲次先生の作品を使わせて頂けたことは
ほんとうにありがとうございました。

ほのぼのとしたカットを描いてくださった
建築家の
柴田育生さんとの出会いもうれしいことでした。

わかりやすく美しい版をつくるために、
クオリティ ファーストの皆さんには
みなみならぬ力を尽していました。

校正には、大山礼子さん、小原正寛君に
力を貸していただきました。

京都大学教授でいらっしゃった
印度哲学の碩学 故 大地原豊先生に
親しく勵ましていただけたことは
本を作り始める大きな自信になりました。

そのほか、
たくさんの人のお世話になりました。

ありがとうございました。

定価 3,000円 (消費税を含む)

算数の発見 図解
文章題の解き方

著 者 寺 尾 友 豪

発 行 者 岩 城 守

発 行 所 参 英 堂 出 版

〒620 京都府福知山市和久市町12
電話 0773-22-0232
FAX 0773-23-8862

製 版 クオリティ ファースト

〒630 奈良市柳町31 和田ビル301号
TEL & FAX 0742-22-1034

印刷・製本 有限会社 ミツワ印刷

〒669-53
兵庫県城崎郡日高町袴布1338の1
TEL & FAX 0796-42-1705

表 紙 絵 鶴 田 憲 次

カ ッ ト 柴 田 育 生

この本は MOTOYA LASER 7 AXIS-V, IV, EX で製版しました。

(著者および発行者の許可なく転載・複製することを禁じます)

落丁本・乱丁本はお取替えいたします。