三-1　数は比

17 世紀、ニュートンが

数は比

と宣言してから 350 年ほどになります。

しかし、今に至るも

自然数は、ペアノの公理に基づいて

加法、または次の数

として扱われています。

その理由はよく判らない。

ペアノ自身が

『数は定義できない。しかし、

よく知られた数の性質のうち、

どれか一つを元にして他を説明する事

は出来るのではないか。』として、

と提案したのが、ペアノの公理です。

『足し算を元にして、引き算はその逆。
　かけ算は足し算の繰り返し、
　わり算はかけ算の逆。』

この提言は、
自然数では何とか説明できても
分数も小数も説明できません。
それにも拘わらず、
何故、それが踏襲されるのか。

数学者は、基本、
小学生に教える算数に関心がないのでしょう。

ペアノの公理からは、
分数・小数に進むことが出来ない。
どうすればいいのか。

三−2　数は比、をどう導くのか

同じ形・同じ大きさの物体を数えるとき、

個数が１から２へ進むとき、

物体の有する性質、例えば、

長さや面積や重さが

１倍から２倍になる。つまり、

６年生配当の比が感じられるのです。

比が、６年生の単元とされたのは、たぶん、

西洋数学を導入した明治に、

比の形が見慣れないので、

後回しになったのでしょう。

同じ形・同じ大きさの物体を数える

ということは

同時に比を感じること

にほかなりません。

比は、自然数が

１倍、２倍、３倍という性質

をもつことを認めれば、

自ずと納得できるものなのです。

個数が２倍になれば、値段も２倍になる。

$$1:2 = a円 : a円\times 2$$

個数が３倍になれば、重さも３倍になる。

$$1:3 = a_g : a_g\times 3$$

比の形を使って教えれば、

低学年の子どもも納得します。だって、

比の感覚は既に獲得しているのですから。

比の学習では、教科書はしばしば

2dL の何とかと

3dL の何とかを混ぜて

何とかを作ります。

などとして、

２：３　を導入します。

比が、６年生の単元になったため、

理解しにくいスタートになりました。

そもそも比は、先ず、

１：２　　１：３

そして次に、

２：１　　３：１　などの後、

２：１：３　　を経て

２：３　となるべきです。いきなり、

比の最後の形から始めるのは望ましくありません。

そして、

比の値が等しいとき、比は等しいという

とされていますが、

自然数の比の話のときに、

分数を持ち出して定義するのは

如何なものか

と思います。

ある時期、私の記憶違いでなければ、

比の値の話が教科書から消えたことがあります。

数学教育業界でも意見が分かれている

のかも知れません。

簡単な数の比にしたとき、

同じになれば比は等しい

で構わないはずです。

自然数の話の時に、

分数を持ち出すのは反則だと思いますが

皆さん如何ですか。