提言四　数直線が数概念を広げる

人工社会は，

同じ形

同じ大きさ

の物を作り，

個数を数えるようになって

数概念発達の道に入った．

さらに

並べて数え，

数直線という

偉大なる発明へと進んだ．

人工社会は，

同じ大きさ

を数える段階へと進んだとき，

1		1		1		1	
●	＝	●	＝	●	＝	●	………

どれもが同じ1であることに気付いた．

同じ大きさだから，この段階で

どこを数えても**２個＝２個**　となった．

古代ギリシアの数観でも，

足し算ができるようになった．

また，

足し算の代わりとしての

掛け算が可能になった．

しかし，これは

本来の意味の数の**倍感覚**ではない．

論理の積み重ねの倍ではなく，

非常に直感的な感覚で倍感覚を

獲得しなければならない．

詳しくはあの所で述べた．

それを踏まえながらの

かの数直線への道であるが，

ここでは倍をあまり意識することなく

考えていきたい．

提言四　数直線が数概念を広げる

ステップ **カ** **順向き**

メソポタミアもエジプトも
レンガを焼きました．

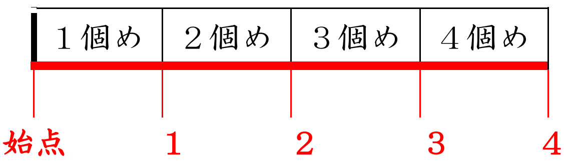
レンガ状のものを

１個	２個	３個	………

とくっつけて並べて数えていくと，

始点からの**個数**が

距離として認識され，



のような赤い**数直線**が生まれる．

このようにして，

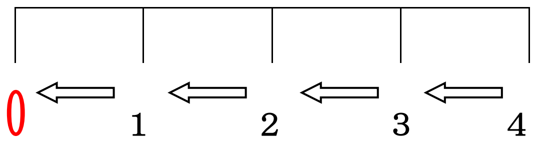
位置としての数が生まれた
と想像しても許されるであろう．

この考えは，
現代の子供にすんなりと受け入れられる．

そうすれば，
始まりとして，

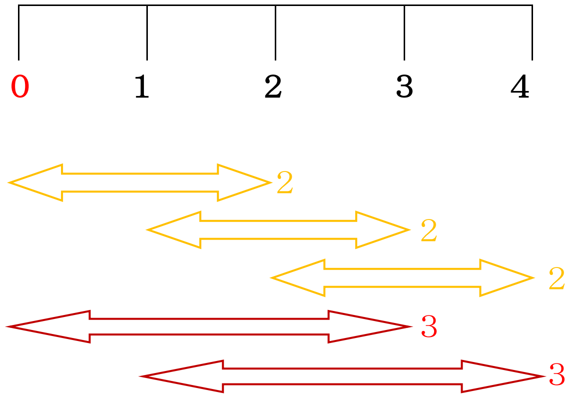
始点をどう表すかが考慮され
インドで**発明**されたように，

０ に到達するのも自然に見える．



提言四　数直線が数概念を広げる

大きさとしての数.

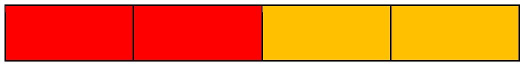


どれもが同じ大きさの
2 であったり，3 であったりすること
が認められるようになる．

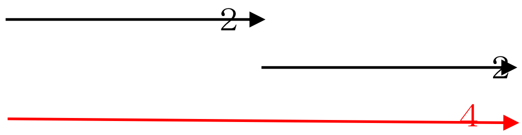
これは，
粒粒のような個数を数える時にも
起こる現象ではある．

しかし，
次の**方向性のある大きさ**は
数直線に特有である
と言えよう．

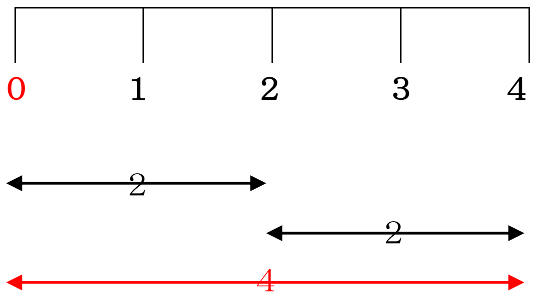
$\boxed{2 + 2 = 4}$は
どのようなイメージだろうか.



だろうか.



だろうか.



だろうか.

提言四　数直線が数概念を広げる

上のどの場合も $\boxed{2+2\ =\ 4}$
と表される.

数は,
出来方の元を探ると
色々な意味があるのだが
形式的には
2+2=4
という一つの型におさまる.

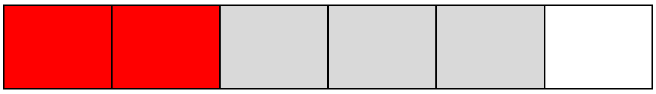
だから,
「**数学は形式だ**」
とも言われるのだが,

算数の理解のためには

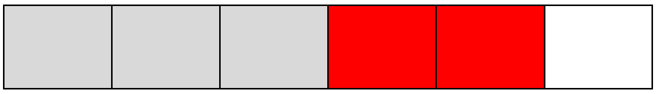
元に戻って
数の出来方を考え,
色々な意味がある
と見ることが大切だと思う.

足すことの順序は
交換可能

+2　+3



=+3　+2



提言四　数直線が数概念を広げる

ステップ キ 逆向き

方向性を有する数.

右と**左**のような

逆向きという概念は

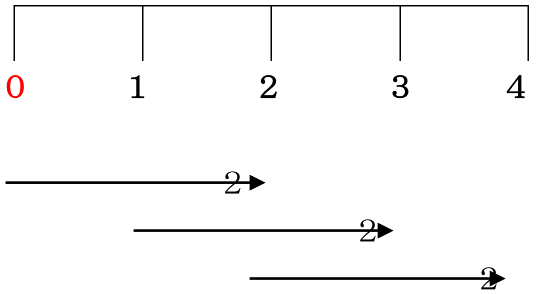
分かり易く，かつ

生産的です．

はじめは勿論，ステップ ア のように，

足す数としての**右向きの数**が

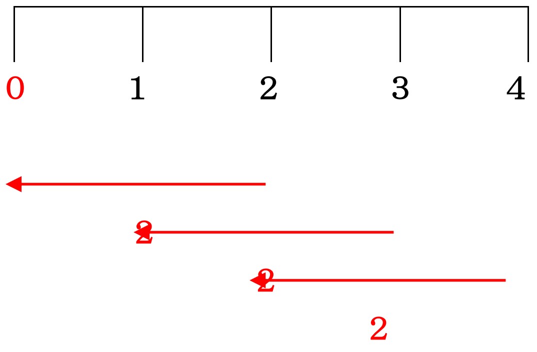
うまれたのであろう．



ついで，

引く数としての**左向きの数**

が生まれる．



先ず

位置としてのゼロが考え出されたが，

その後，

レンガを一つずつ取り去っていった時，

何も無くなった状態について

ゼロ！と認識もする．

位置としての**ゼロ**と

なにも無い大きさとしての**ゼロ**が

不思議にすんなりと**ふに落ちる**．

提言四　数直線が数概念を広げる

引く ことの順序は

交換可能である．

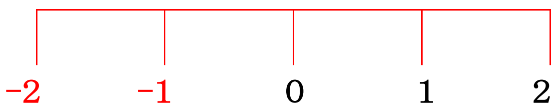
負の数も
子どもに何と呼ばせるかは別にして
ごく簡単に
その存在を**予告**することが出来る．

右方向の数，

左方向の数などと考え，

逆向きの数

負の数の発見にもつながる．



提言四　数直線が数概念を広げる

ステップ $\boxed{ク}$ $\boxed{順\&逆の混合}$

$\boxed{加法の交換法則}$とは．

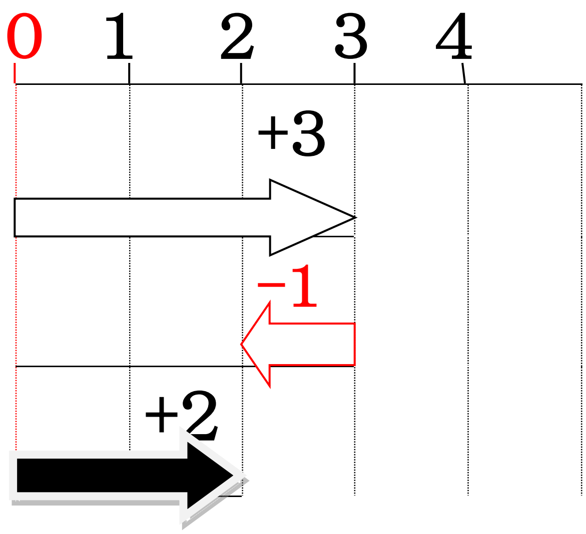
小学校では，一般的に

> 足し算は
> $\boxed{符号+}$の**前後の数字**は**交換**できるが，
> 引き算は，
> $\boxed{符号-}$の前後の数字は交換できない
>
> と理解されている．

ベクトル風の

$$\overset{\Rightarrow}{3}\quad\overset{\leftarrow}{1}\quad=\quad\overset{\Rightarrow}{2}$$

加減の様子．



しかし，中学では，

$\boxed{3-2=-2+3}$ である．

それゆえ，ここで次のように**提案する**．

例えば，

$13\ \boxed{+2}\ \boxed{-3}$ は

「13 に，$\boxed{2を足し}$，$\boxed{3を引く}$」と読む．

そして

「2 を足すこと」と**「3 を引くこと」**

の順を交換し，

$13\ \boxed{-3}\ \boxed{+2}$

とすることができる，とするのである．

$\boxed{足し算}$を$\boxed{足すこと}$とし

$\boxed{引き算}$を$\boxed{引くこと}$とし，

「その**順序**は**交換**できる」とする．

> $+$ や $-$ は，
> $\boxed{符号の前後の数}$を結び付けるものでなく，
> $+$ は，後ろの 2 と結び付き，
> $-$ も，**後ろの 3** と結び付く，

提言四　数直線が数概念を広げる

そこで，

$\boxed{3-2}$ は，

3 の前に＋が有ると見，さらに

0 を補って，

$$\boxed{0}\ \boxed{+3}\ \boxed{-2}$$
$$=\boxed{0}\ \boxed{-2}\ \boxed{+3}$$

先の $\boxed{3-2=-2+3}$ は

上のことから明らかになる．

用語として，

「**加法の交換法則**」と言わず，

加減は**順序交換可能**

と呼ぶのはどうだろうか．

算数の得意な子どもは勝手にやっているが，

加法の交換法則という名称が，

中学１年生の**負の数の学習**を困らせている例を多々見る．

	基本	可換
足し算の順	●＋2	0＋2＋6 ＝0＋6＋2
足し算の**逆**の**引き算**	●－2	●－2－6 ＝●－6－2
足し算・引き算の**混合**	●＋6－2	●＋6－2 ＝●－2＋6

可換とは，**演算順序**の変更が可能である，との意．

ステップ ケ

順&逆の複合・結合

（結合）

6を足して,
さらに2を足すとき
6と2を足した8を足しても
同じことである.

$$0 \ +6 \ +2$$
$$=0 \ +(6+2)$$

6を引いて,
さらに2を引くとき
6と2を足した8を引いても
同じことである.

$$=\bullet \ -6 \ -2$$
$$=\bullet \ -(6+2)$$

6を足して,
次に2を引くとき
6から2を引いた4を足しても
同じことである.

$$0 \ +6 \ -2$$
$$=0 \ +(6-2)$$

6を引いて,
次に2を足すとき
6から2を引いた4を引いても
同じことである.

$$=\bullet \ -6 \ +2$$
$$=\bullet \ -(6-2)$$

提言四　数直線が数概念を広げる

負の数の学習には，(**等倍**に対する**等分**のように,)

右向きに対する**左向き**，**前進**に対する**後退**など，

逆という概念と

位置としての数なども表せる

数直線の導入が有効である．

負の数	負の数へは 後一歩．詳しくは HP テラヲ式算数学の 「**中学数学入門**」 をご覧ください．	●−(−4) ●＋2−6＝ ●＋(2−6) ＝ ●＋(−4)

ステップ$\boxed{コ}$：備考

今見てきたとおり，

「**並べて数える**方法で

自然数から**数直線**をつくり，

大きさとしての数や，

位置としての数，

向きのある数など

様々な数を**作る**ことが出来た．」